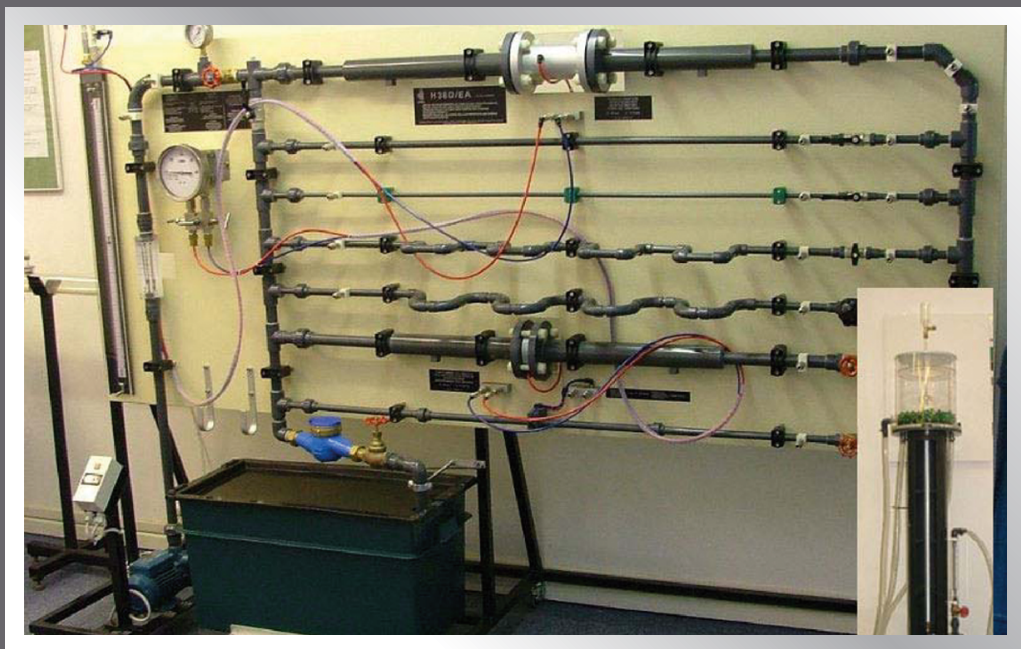


JÓZEF DEJA
LESZEK KIELSKI
MAREK WIŚNIEWSKI



ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z MECHANIKI PŁYNÓW I HYDRAULIKI



WARSZAWA 2017

**JÓZEF DEJA
LESZEK KIELSKI
MAREK WIŚNIEWSKI**



ĆWICZENIA LABORATORYJNE Z MECHANIKI PŁYNÓW I HYDRAULIKI

WARSZAWA 2017

SERIA: PODRĘCZNIKI

Autorzy: JÓZEF DEJA, LESZEK KIELSKI, MAREK WIŚNIEWSKI

Opracowanie edytorskie: *Barbara Świderek*

Korekta: *Zespół*

© Copyright Wyższa Szkoła Ekologii i Zarządzania w Warszawie.
Warszawa 2017

Utwór w całości ani we fragmentach nie może być powielany ani rozpowszechniany za pomocą urządzeń elektronicznych, mechanicznych, kopiujących, nagrywających i innych, bez pisemnej zgody posiadacza praw autorskich.

Wydawca nie odpowiada za jakość dostarczonych fotografii i rysunków, zamieszczonych w publikacji.

ISBN 978-83-62057-26-9

Wyższa Szkoła Ekologii i Zarządzania w Warszawie,
ul. Olszewska 12, 00-792 Warszawa, tel. 22 825 80 34/35
Wydanie I. Arkuszy wydawniczych 11,05.

SPIS TREŚCI

PRZEDMOWA	4
ROZDZIAŁ 1. Opracowanie wyników pomiarów	5
ROZDZIAŁ 2. Powierzchnia swobodna cieczy w naczyniu wirującym wokół własnej osi	27
ROZDZIAŁ 3. Wyznaczanie lepkości cieczy i gazów	41
ROZDZIAŁ 4. Wyznaczanie prędkości średniej w kanale	63
ROZDZIAŁ 5. Wyznaczanie charakterystyki wentylatora promieniowego .	81
ROZDZIAŁ 6. Wizualizacja opływu ciał w tuneliku dymnym	107
ROZDZIAŁ 7. Przystawki	121
ROZDZIAŁ 8. Cechowanie rurki Prandtla	129
ROZDZIAŁ 9. Turbulentna struga swobodna	139
ROZDZIAŁ 10. Wyznaczanie współczynnika oporu ciśnieniowego walcowego profilu kołowego	151
ROZDZIAŁ 11. Cechowanie mikromanometrów cieczowych	163
ROZDZIAŁ 12. Pomiar wysokich ciśnień, cechowanie manometrów ..	183
ROZDZIAŁ 13. Wyznaczanie krytycznej liczby Reynoldsa Re	193
ROZDZIAŁ 14. Wyznaczanie oporów przepływu	203
Tablice wielkości fizycznych	236
Spis literatury	242

PRZEDMOWA

Niniejszy podręcznik przeznaczony jest dla studentów studiów dziennych, wieczorowych i zaocznych kierunków Ochrony Środowiska, Zarządzanie i Marketing, Budownictwo oraz może być przydatny dla innych kierunków technicznych.

Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów i hydrauliki są niezbędnym uzupełnieniem i rozszerzeniem zajęć audytoryjnych z przedmiotu mechanika płynów oraz hydraulika i hydrologia, mają na celu przybliżenie studentom wiadomości teoretycznych poprzez praktyczną prezentację zjawisk zachodzących w cieczach i gazach, zapoznanie się ze specyficznymi przyrządami oraz aparaturą używaną do badań.

Podręcznik zawiera podstawowe wiadomości teoretyczne, obejmujące tematykę ćwiczeń laboratoryjnych, opis poszczególnych stanowisk i aparatury pomiarowej oraz wskazówki dotyczące sposobu przeprowadzenia ćwiczenia. Szereg ćwiczeń omówionych w skrypcie opartych jest na obowiązujących w Polsce normach. Ponieważ opracowanie wyników pomiarów wymaga znajomości rachunku błędów, poświęcono temu tematowi pierwszy rozdział pracy.

W celu ułatwienia czytelnikowi opanowania przedstawionej problematyki zamieszczono w pracy znaczną liczbę schematów, tabel i wykresów oraz na końcu każdego ćwiczenia laboratoryjnego pytania kontrolne. Niezbędne wielkości fizyczne potrzebne do przeprowadzenia ćwiczenia zawiera ostatni rozdział pracy.

ROZDZIAŁ 1

1. OPRAWIANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1.1. Działania na liczbach przybliżonych

W wyniku pomiaru dowolnej wielkości geometrycznej czy fizycznej, np. pomiaru długości pewnego odcinka za pomocą przymiaru liniowego, czy pomiaru temperatury, za pomocą termometru otrzymujemy zawsze liczbę. Liczby te są obciążone pewnymi błędami w stosunku do wartości dokładnych mierzonych wielkości dlatego nazywamy je wartościami *przybliżonymi*. Ponieważ pomiary te polegają na porównaniu mierzonej wielkości z odpowiednią miarą wzorcową nazywamy je *pomiarami bezpośrednimi*. Dokładna wartość mierzonej wielkości w pomiarach bezpośrednich nie jest nam znana, natomiast praktycznie, za wartość dokładną możemy uważać wielkość (liczbę), otrzymaną w wyniku pomiaru bardzo precyzyjnym przyrządem czy urządzeniem. Zagadnienie komplikuje się jeszcze bardziej w przypadku *pomiarów pośrednich*.

Pomiary pośrednie wymagają pomiarów wielu wielkości innego rodzaju, a dopiero na podstawie znanych związków fizycznych wyznaczamy szukaną wielkość. Np. chcemy wyznaczyć liczbę Reynoldsa, którą obliczamy ze wzoru:

$$R_e = \frac{\rho_{sr} \cdot D}{\nu} \quad (1.1)$$

tym celu musimy określić prędkość średnią ρ_{sr} , średnicę D oraz lepkość kinematyczną ν . Znając te wielkości wyznaczmy ze wzoru (1.1) liczbę Reynoldsa. Jest to oczywiście wielkość przybliżona i różni się od wielkości dokładnej (której nie znamy) o błąd przybliżenia. Na błąd przybliżenia liczby Reynoldsa mają oczywiście wpływ błąd wyznaczenia prędkości średniej, błąd wyznaczenia średnicy oraz błąd wyznaczenia lepkości kinematycznej.

Wszystkie wielkości wyznaczone w pomiarach laboratoryjnych czy badaniach eksperymentalnych są wielkościami przybliżonymi, są obciążone pewnymi błędami. Obliczenie tych błędów jest podstawowym zadaniem w technice pomiarowej, pozwala wyznaczyć dokładność pomiaru. Bez tego każdy pomiar laboratoryjny jest bezużyteczny.

1.1.1. Błąd bezwzględny i względny pomiaru

Wszelkie pomiary laboratoryjne winny zawierać matematyczne opracowanie wyników pomiarów. Zadaniem matematycznego opracowania wyników pomiarów jest ich analiza, która powinna dać ocenę prawidłowości pomiarów i stopnia ich pewności tzn. określenie przedziału, w którym „na pewno” znajduje się pomierzona wielkość. We wszystkich naukach eksperymentalnych mamy do czynienia z wartościami przybliżonymi. Jak wspomniano wcześniej dokładna wartość mierzonej wielkości nie tylko nie jest nam znana, ale mielibyśmy nawet poważne trudności metodologiczne, gdybyśmy chcieli zdefiniować to pojęcie. W dalszych rozważaniach będziemy jednak mówili o wartości dokładnej, bez precyzowania tego pojęcia. Można ją rozumieć jako wynik *bardzo precyzyjnego pomiaru*.

Błędem bezwzględnym wartości przybliżonej a nazywamy każdą liczbę nieujemną, która spełnia nierówność:

$$\Delta a \geq |A - a| \quad (1.2)$$

gdzie: A – wartość dokładna wielkości mierzonej.

Jeżeli mamy wartość przybliżoną „ a ” i jej błąd bezwzględny Δa to możemy określić przedział, w którym zawiera się nieznana wartość dokładna A .

$$a - \Delta a \leq A \leq a + \Delta a \quad (1.3)$$

Błędy bezwzględne przy pomiarach bezpośrednich określone są przez dokładność przyrządu pomiarowego.

Błędem względnym nazywamy iloraz błędu bezwzględnego pomiaru Δa przez moduł wartości przybliżonej $|a|$:

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|a|} \quad a \neq 0 \quad (1.4)$$

Błędy względne przyjęto podawać w procentach. Są one wielkościami niemiarowanymi

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|a|} \cdot 100\% \quad (1.5)$$

Dzięki temu można porównywać dokładność pomiarów różnych wielkości, np. pomiary długości, siły, temperatury itp.

1.1.2. Dodawanie i odejmowanie liczb przybliżonych

Dla sumy algebraicznej liczb przybliżonych a_1, a_2, \dots, a_n tzn.:

$$y = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n \quad (1.6)$$

błąd bezwzględny tej sumy jest równy sumie błędów bezwzględnych poszczególnych składników, czyli:

$$\Delta y = \Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3 + \dots + \Delta a_n \quad (1.7)$$

Tak obliczony błąd bezwzględny dla większej liczby składników daje zazwyczaj wartość zawyżoną dlatego odpowiedniejsze jest zastosowanie następującego wzoru:

$$\Delta y = \sqrt{(\Delta a_1)^2 + (\Delta a_2)^2 + (\Delta a_3)^2 + \dots + (\Delta a_n)^2} \quad (1.8)$$

lub korzystając z reguły Czebotariewa dla sumy liczb zaokrąglonych z dokładnością do m -tego miejsca po przecinku błąd bezwzględny możemy obliczyć ze wzoru:

$$\Delta y = \sqrt{3n} \cdot 0,5 \cdot 10^{-m} \quad \text{dla } n > 10 \quad (1.9)$$

Błąd względny różnicy dwóch liczb ($a_1 - a_2$) możemy obliczyć ze wzoru:

$$\delta(a_1 - a_2) = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{|a_1 - a_2|}, \quad \delta(a_1 - a_2) > \max\{\delta a_1, \delta a_2\} \quad (1.10)$$

1.1.3. Mnożenie i dzielenie liczb przybliżonych

Wykonując działania mnożenia i dzielenia na liczbach przybliżonych wygodniej jest operować błędami względnymi. Np. chcemy wyznaczyć błąd względny i bezwzględny wielkości y , którą wyznaczamy ze wzoru:

$$y = \frac{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_m}{b_1 \cdot b_2 \cdot \dots \cdot b_m} \quad (1.11)$$

Łatwiej jest wyznaczyć błąd względny tej wielkości wykorzystując np. metodę różniczki zupełnej:

$$\delta y = \delta a_1 + \delta a_2 + \dots + \delta a_m + \delta b_1 + \delta b_2 + \dots + \delta b_m \quad (1.12)$$

lub dla większej liczby czynników $(m+n)$ możemy posłużyć się następującym wzorem (1.13):

$$\delta y = \sqrt{(\delta a_1)^2 + \dots + (\delta a_m)^2 + (\delta b_1)^2 + \dots + (\delta b_m)^2} \quad (1.13)$$

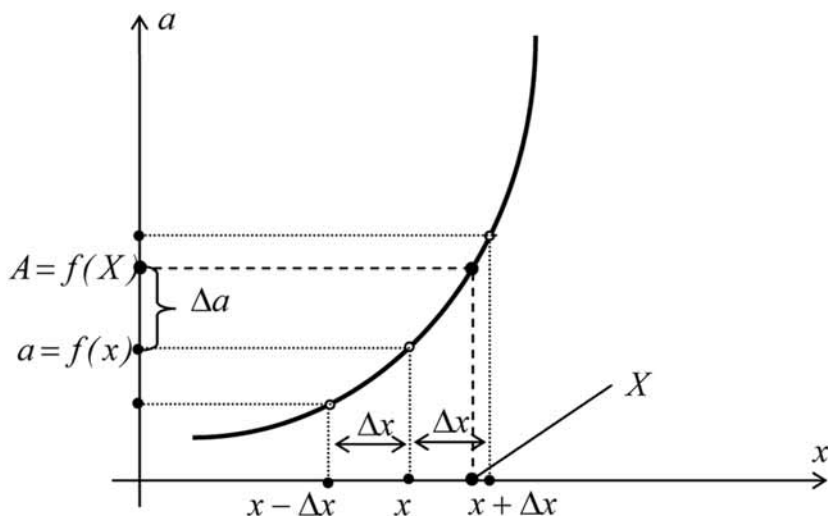
Wzór ten uwzględnia częściową kompensację błędów o różnych znakach. Znając wartość błędu względnego ze wzoru (1.4) obliczamy błąd bezwzględny

$$\Delta y = \delta y \cdot |y| \quad (1.14)$$

1.2. Obliczanie błędu funkcji

1.2.1. Błąd funkcji jednej zmiennej

Niech dana będzie funkcja jednej zmiennej $a = f(x)$. Niech x będzie wartością przybliżoną wielkości X , wyznaczoną z błędem bezwzględnym Δx , tzn. $X = x \pm \Delta x$.



Rys. 1.1. Błąd wartości funkcji jednej zmiennej

Ponieważ argument funkcji jest wielkością przybliżoną więc i wartości funkcji są także przybliżone. Wyznamy błąd bezwzględny wartości tej funkcji Δa

$$\Delta a = A - a = f(X) - f(x) = f'(X - x) \quad (1.15)$$

Błąd bezwzględny Δa , przybliżonej wartości funkcji możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$\Delta a = M_1 \Delta x \quad (1.16)$$

gdzie M_1 oznacza:

$$M_1 \geq \max_{x-\Delta x \leq X \leq x+\Delta x} |f'(X)| \quad (1.17)$$

Jeżeli funkcja $f(X)$ posiada ciągle pochodne do rzędu n włącznie w przedziale $\langle x - \Delta x; x + \Delta x \rangle$ to na podstawie wzoru Taylora mamy:

$$A - a = f(X) - f(x) = f'(X)(X - x) + \frac{1}{2} f''(X)(X - x)^2 + \dots + \frac{1}{n'} f^{(n)}(X)(X - x)^n \quad (1.18)$$

stąd:

$$\Delta f = |A - a| = |f'(X)| \cdot \Delta x + \frac{1}{2} |f''(X)| \Delta x^2 + \dots + \frac{1}{n'} \cdot M_n \cdot \Delta x^n \quad (1.19)$$

gdzie:

$$M_n \geq \max_{x-\Delta x \leq X \leq x+\Delta x} |f^{(n)}(X)| \quad (1.20)$$

Zazwyczaj już liczba $M_2 \Delta x^2 = 1/2 |f''(X)| \Delta x^2$ jest tak mała, że błąd bezwzględny wartości funkcji możemy obliczać ze wzoru:

$$\Delta a = |f'(X)| \cdot \Delta x \quad (1.21)$$

Błąd względny wartości funkcji:

$$\delta a = \left| \frac{f'(X)}{f(X)} \right| \cdot \Delta x \quad (1.22)$$

Przykład 1.

Obliczyć błąd bezwzględny wyznaczenia powierzchni S wałka, którego średnicę zmierzono mikrometrem z dokładnością 0.01 mm.

Pomierzona średnica $d = 24$ mm.

Błąd bezwzględny pomiaru $\Delta d = 0.01$ mm.

Średnica wałka $D = d \pm \Delta d = 24 \pm 0.01$ mm.

Pole powierzchni wałka: $S = \frac{\pi}{4} D^2$.

Błąd bezwzględny: $\Delta S = M_1 \Delta d$

gdzie: $M_1 = \max \left| 2 \cdot \frac{\pi}{4} D \right| = 2 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 24.01 = 37.7148$ mm

$\Delta S = 37.7148 \text{ mm} \cdot 0.01 \text{ mm} = 0.03771 \text{ mm}^2$

Powierzchnia wałka: $S = s \pm \Delta S$

$s = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} \cdot (24 \text{ mm})^2 = 452.3893 \text{ mm}^2$

$S = 452.3893 \pm 0.03771 \text{ mm}^2$

1.2.2. Błąd funkcji wielu zmiennych

1.2.2.3. Metoda różniczki zupełnej

Niech $a = f(x_i)$ będzie funkcją wielu zmiennych, wyznaczanych w drodze bezpośredniego pomiaru. Pomiar każdej wielkości x_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$ obarczony jest błędem bezwzględnym wyznaczenia tej wielkości, Δx_i . Błędy te mają oczywiście wpływ na błąd bezwzględny wartości funkcji $f(x_i)$, który oznaczymy przez Δa . Wartość rzeczywista, „prawdziwa” funkcji $f(x_i)$ leży w przedziale $\langle a - \Delta a; a + \Delta a \rangle$. Możemy więc, zapisać

$$a \pm \Delta a = f(x_i \pm \Delta x_i) \tag{1.23}$$

Prawą stronę równania (1.23) możemy rozłożyć w szereg Taylora

$$a \pm \Delta a = f(x_i) \pm \frac{df(x_i)}{dx_i} \cdot \Delta x_i \pm \dots \quad (1.24)$$

oraz zaniedbując człony, w których Δx_i występuje w stopniu wyższym niż pierwszy otrzymujemy równanie (1.25). Uwzględniając, że $a = f(x_i)$, oraz, że końcowe oszacowanie błędu musi przyjmować przypadek najbardziej niekorzystny mamy

$$|\Delta a| = \left| \frac{df(x_i)}{dx_i} \right| \cdot \Delta x_i \quad (1.25)$$

Bezwzględny błąd wartości funkcji wielu zmiennych $a = f(x_i)$ możemy zatem obliczyć ze wzoru

$$\Delta a = \pm \left(\left| \frac{df(x_i)}{dx_1} \right| \cdot \Delta x_1 + \left| \frac{df(x_i)}{dx_2} \right| \cdot \Delta x_2 + \dots + \left| \frac{df(x_i)}{dx_n} \right| \cdot \Delta x_n \right) \quad (1.26)$$

1.2.2.4. Metoda pochodnej logarytmicznej

Jeżeli funkcja wielu zmiennych jest iloczynem mierzonych wielkości o różnych potęgach

$$a = C \cdot x_1^r \cdot x_2^s \cdot x_3^t \cdot \dots \quad (1.27)$$

przy obliczaniu jej błędu, logarytmujemy ją,

$$\ln a = \ln C + r \ln x_1 + s \ln x_2 + t \ln x_3 + \dots \quad (1.28)$$

a następnie różniczkujemy zastępując różniczki odpowiednimi wartościami błędów

$$\frac{\Delta a}{a} = \pm \left(|r| \frac{\Delta x_1}{x_1} + |s| \frac{\Delta x_2}{x_2} + |t| \frac{\Delta x_3}{x_3} + \dots \right) \quad (1.29)$$

1.3. Błędy pomiaru

1.3.1. Klasyfikacja błędów pomiaru

Wynikiem pomiaru wielkości fizycznej jest jej liczbowa wartość w określonym układzie jednostek fizycznych. Mierząc n razy tę wielkość, której wartość wynosi a otrzymamy n wyników x_1, x_2, \dots, x_n . Wyniki te mogą się różnić między sobą, a więc obarczone są błędami.

Błędem pomiaru nazywamy różnicę między wynikiem pomiaru x i wartością rzeczywistą a mierzonej wielkości.

Błąd pomiaru jak i rzeczywista wartość mierzonej wielkości są zazwyczaj nieznane. Jednym z głównych zadań matematycznego opracowania wyników eksperymentu jest ocena wartości średniej mierzonej wielkości oraz ocena dokładności, z jaką ta wartość została obliczona. Dokonuje się tego mając do dyspozycji n pomiarów danej wielkości a .

Błędy pomiarów możemy podzielić na:

Błędy grube czyli pomyłki. Błędy te powstają w wyniku braku uwagi eksperymentatora lub na skutek zmiany podstawowych warunków pomiaru. Wyniki zawierające błędy grube charakteryzują się tym, że różnią się znacznie od pozostałych i należy je odrzucić, a sam pomiar powtórzyć.

Błędy systematyczne, są to błędy, które zniekształcają wynik w określonym kierunku i skutek ich działania możemy obliczyć. Do błędów systematycznych zaliczamy błędy spowodowane przez aparaturę pomiarową oraz błędy metody wg, której dokonujemy pomiaru. Np. źle wyregulowany przyrząd powoduje, że wszystkie wskazania przyrządu są obarczone tym samym błędem, który jednak możemy wyznaczyć. Wahania temperatury otoczenia mogą spowodować powstanie błędów systematycznych. Ujawnienie tych błędów nie jest zawsze proste i wymaga często *specjalnych* badań. *Jeżeli błędy systematyczne zostają wykryte i ustalona zostanie ich wartość, to należy je usunąć przez wprowadzenie poprawek do wyników pomiaru.*

Błędy przypadkowe są wynikiem, często wielu, najczęściej zmiennych czynników o charakterze losowym. Uniknięcie błędów przypadkowych jest rzeczą nieosiągalną. *Błędów przypadkowych nie można uwzględnić w wynikach pomiaru.*

Występowanie błędów przypadkowych nie jest zjawiskiem chaotycznym, lecz podlega prawu *normalnego rozkładu*. Jeżeli pojedyncze błędy uporządkujemy wg ich wielkości, to można zaobserwować pewną prawidłowość. Stwierdzić można, że małych błędów jest daleko więcej niż dużych. Uporządkowanie takie jest wynikiem statystycznego nagromadzenia przypadkowych wydarzeń, którymi są tu błędy poszczególnych pomiarów. Należy podkreślić, że **teoria błędów** stosuje się tylko do błędów przypadkowych. Na drodze matematycznych rozważań można znaleźć prawdopodobieństwo występowania błędu od jego wartości.

1.3.2. Rozkład błędów przypadkowych

W teorii prawdopodobieństwa błędy przypadkowe $x = X - X_0$ traktuje się jako zmienne losowe. Każdemu przedziałowi (x_1, x_2) odpowiada ściśle określona liczba zwana *prawdopodobieństwem występowania wielkości przypadkowej z w tym przedziale*. Oznaczmy to prawdopodobieństwo przez $P(x_1 \leq x < x_2)$ lub $P(x \in (x_1, x_2))$. Prawo, które dla dowolnego przedziału (x_1, x_2) określa prawdopodobieństwo $P(x_1 \leq x < x_2)$, nazywa się *Prawem rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej x*. Prawdopodobieństwo to można wyrazić w postaci całki:

$$P(x_1 \leq x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx \quad (1.30)$$

gdzie $p(x)$ – nieujemna funkcja spełniająca warunek:

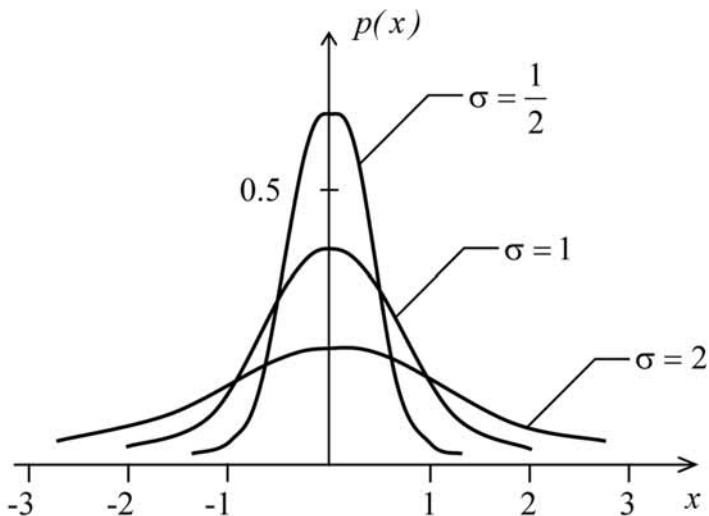
$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad (1.31)$$

Funkcja $p(x)$ określa rozkład prawdopodobieństwa błędów x i nazywa się *gęstością rozkładu*. Przy statystycznej analizie błędów przypadkowych przyjmuje się najczęściej, że ich rozkład jest **rozkładem normalnym (prawo Gaussa)**. Gęstość rozkładu normalnego określa wzór:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (1.32)$$

gdzie: $\sigma (\sigma > 0)$ jest parametrem charakteryzującym dokładność pomiaru a nazywamy go *błędem średnim kwadratowym*.

Na rys. 1.2 przedstawiono krzywe rozkładu normalnego dla różnych wartości σ . Wynika z niego, że im mniejsze jest σ , tym mniejszy jest rozrzut błędów wokół zera.



Rys. 1.2. Krzywe rozkładu normalnego

Prawdopodobieństwo wystąpienia zmiennej losowej x , w symetrycznym przedziale $(-x_1, x_1)$ określa pole figury zakreskowanej na rys. 1.3. Prawdopodobieństwo to wyliczamy ze wzoru:

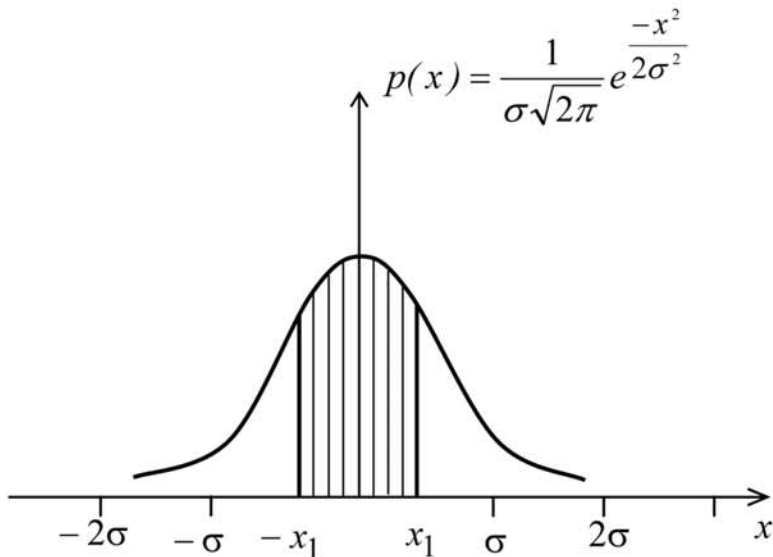
$$P(-x_1 \leq x < x_1) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-x_1}^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \quad (1.33)$$

po podstawieniu $\frac{x}{\sigma} = t$, wzór (1.29) przyjmuje postać:

$$P(|x| < x_1) = P(-t_1\sigma \leq t\sigma < t_1\sigma) = 2\Phi(t_1) \quad (1.34)$$

gdzie $\Phi(t_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_1} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

i nazywamy ją *całką prawdopodobieństwa*. Całka ta ma następującą właściwość $\Phi(-t_1) = -\Phi(t_1)$.



Rys. 1.3. Prawdopodobieństwo P wystąpienia zmiennej x w przedziale $-x_1 \leq x < x_1$

Prawdopodobieństwa, że błąd pomiaru nie będzie większy od jedno do czterokrotnej wartości σ podane są w poniższej tabeli.

Tabela 1.1.

t_1	0	1	2	3	4
$2\Phi(t_1)$	0	0.6826	0.9546	0.9973	1.000

Prawdopodobieństwo, że błąd przypadkowy mieści się w przedziale (x_1, x_2) obliczymy ze wzoru

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \Phi\left(\frac{x_2}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1}{\sigma}\right) \quad (1.35)$$

1.3.3. Wskaźniki dokładności pomiaru

Każdy wynik pomiaru obarczony jest błędem. W celu ustalenia wspólnej miary wszystkich pomiarów wprowadzono następujące wskaźniki dokładności pomiaru.

Średni błąd kwadratowy pomiaru

Parametr charakteryzujący dokładność pomiaru. Obliczamy go ze wzoru (1.36), gdzie $X_i - X_0$ jest błędem bezwzględnym mierzonej wielkości.

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2}{n}} \quad (1.36)$$

Jeżeli nie możemy wyznaczyć błędu bezwzględnego mierzonej wielkości, to dokładność pomiaru możemy ocenić na podstawie średniego odchylenia standardowego obliczonego ze wzoru (1.37).

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}} \quad (1.37)$$

gdzie \bar{X} nazywamy *wartością średnią wyników* X_i i obliczamy ze wzoru

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1.38)$$

Kwadrat odchylenia standardowego σ^2 nazywamy *wariancją* wyników X_i .

Średnią ważoną wyników obliczamy ze wzoru

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i X_i}{\sum_{i=1}^n p_i} \quad (1.39)$$

gdzie p_i jest wagą pomiaru X_i .

Błąd prawdopodobny – χ wyznaczamy przy założeniu, że prawdopodobieństwo wystąpienia większego lub mniejszego od niego jest równe połowie $P = 0.5$.

Otrzymujemy:

$$\chi = 0,6745 \cdot \sigma = \pm 0,6745 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - X_0)^2}{n}} \quad (1.40)$$

1.3.4. Ocena ufności pomiaru, rozkład t-Studenta

Do oceny ufności pomiaru wykorzystuje się oprócz rozkładu normalnego rozkład t-Studenta. Wprowadzamy zmienną losową znormalizowaną

$$t = \frac{(\bar{X} - a)\sqrt{n-1}}{\sigma} \quad (1.41)$$

która jest miarą odchylenia od hipotetycznej (rzeczywistej), wartości a . Zmienną losową t nazywamy *zmienną losową t-Studenta* z $k = n-1$ stopniami swobody.

\bar{X} – jest średnią arytmetyczną wyników, σ – średnim odchyleniem standardowym a n – liczbą pomiarów w próbie. Ocena ufności pomiaru ma postać:

$$|a - \bar{X}| = \epsilon < t(P, k) \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} \quad (1.42)$$

Jak wynika ze wzoru (1.40) wielkość przedziału ufności zależy od przyjętego poziomu ufności P i liczby pomiarów n .

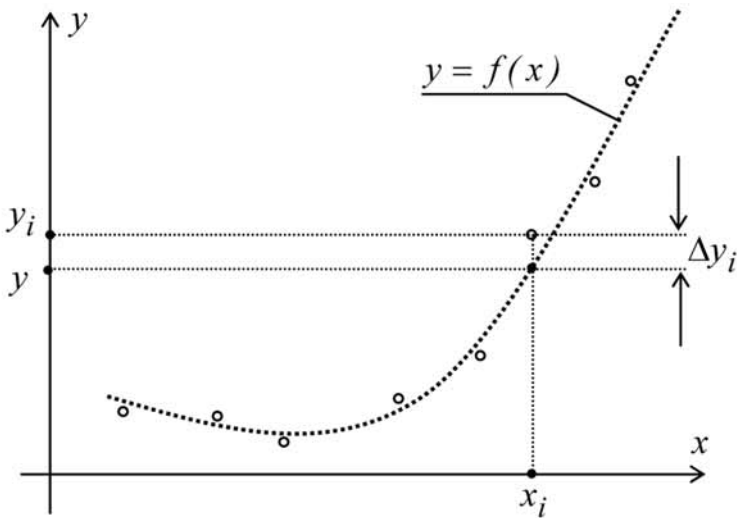
Tabela 1.2. Rozkład t-Studenta. Wartości funkcji $t(P, k)$

$K \backslash P$	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
5	2,015	2,571	3,365	4,032	6,859
10	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
15	1,753	2,131	2,602	3,947	4,073
20	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
25	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
30	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
50	1,676	2,008	2,403	2,677	3,497
60	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
70	1,667	1,995	2,381	2,648	3,436
80	1,664	1,990	2,374	3,639	3,416
90	1,662	1,987	2,368	2,632	3,401
100	1,660	1,984	2,364	2,626	3,391
∞	1,645	1,960	2,326	2,576	3,291

W praktyce przyjmujemy zazwyczaj poziom ufności 0,95 lub 0,99. Jak wynika ze wzoru (1.42), zwiększenie liczby pomiarów prowadzi do zmniejszenia przedziału ufności.

1.4. Aproksymacja wyników pomiaru zależnością funkcyjną

Niech dana będzie funkcja $y_i = F(x_i)$ odzwierciedlająca wyniki pomiarów laboratoryjnych. Bardzo często bowiem w wyniku pomiarów otrzymujemy szereg wielkości np. $(y_0, y_1, y_2, \dots, y_i, y_m)$ odpowiadających wartościom $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_i, x_m)$. Pozwala nam to na sporządzenie wyników w postaci graficznej (rys. 1.4).



Rys. 1.4. Graficzne przedstawienie wyników pomiarów

Chcemy znaleźć przybliżenie funkcji $y_i = F(x_i)$ wielomianem co najwyżej stopnia n ($n < m$), takim, który najdokładniej opisze wyniki eksperymentu.

$$y = f(x) = f(x, a_0, a_1, \dots, a_n) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n \quad (1.43)$$

Istnieje wiele metod wyznaczania tej funkcji, jednak najczęściej stosowaną, jest metoda najmniejszych kwadratów prezentowana w dalszej części pracy.

1.4.1. Metoda najmniejszych kwadratów

Współczynniki wielomianu (1.37) a_0, a_1, \dots, a_n wyznaczamy na podstawie warunku, że suma kwadratów odchyłek mierzonych wartości y_i od wartości obliczonych $f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n)$, którą oznaczymy przez Φ , przyjmuje wartość najmniejszą.

$$\Phi(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^n \Delta y_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n)]^2 = \min \quad (1.44)$$

gdzie y_i – wyniki eksperymentu, $f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_n)$ – wartość teoretyczna wyznaczona przez funkcję aproksymującą. Poszukujemy takich współczynników wielomianu, a_0, a_1, \dots, a_n , dla których funkcja Φ osiąga minimum. Warunek (1.44) prowadzi do układu równań

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_0} = 0; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 0; \quad \dots \quad \frac{\partial \Phi}{\partial a_n} = 0 \quad (1.45)$$

Dostajemy $n + 1$ równań liniowych i tyle samo niewiadomych a_0, a_1, \dots, a_n . Układ ten ma zawsze jedno rozwiązanie, które daje jeden punkt, w którym funkcja (1.44) osiąga minimum. Dokładność przybliżenia tej funkcji możemy określić przez podanie błędu średniego aproksymacji M , który możemy obliczyć ze wzoru (1.46).

$$M^2 = \frac{1}{m+1} \Phi(a_0, a_1, \dots, a_n) \quad (1.46)$$

Równania (1.39) możemy zapisać w postaci ogólnej

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial a_i} &= -2 \left[(y_0 - a_0 - a_1 x_0 - \dots - a_n x_0^n) x_0^i + \right. \\ &\quad \left. + (y_1 - a_0 - a_1 x_1 - \dots - a_n x_1^n) x_1^i + \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + (y_m - a_0 - a_1 x_m - \dots - a_n x_m^n) x_m^i \right] = \\ &= -2 \sum_{j=0}^m (y_j - a_0 - a_1 x_j - \dots - a_n x_j^n) x_j^i = 0 \end{aligned} \quad (1.47)$$

oraz po przekształceniach w postaci wygodnej do rozwiązania:

$$a_0 \sum_{j=0}^m x_j^i + a_1 \sum_{j=0}^m x_j^{i+1} + \dots + a_n \sum_{j=0}^m x_j^{i+n} = \sum_{j=0}^m x_j^i y_j \quad (1.48)$$

Wprowadźmy oznaczenia

$$a_o \sum_{j=0}^m x_j^j + a_1 \sum_{j=0}^m x_j^{j+1} + \dots + a_n \sum_{j=0}^m x_j^{j+n} = \sum_{j=0}^m x_j^j y_j$$

Układ równań (1.48) można zapisać

$$\begin{aligned} A_o a_o + A_1 a_1 + \dots + A_n a_n &= B_o, \\ A_1 a_o + A_2 a_1 + \dots + A_{n+1} a_n &= B_1, \\ \dots & \\ A_n a_o + A_{n+1} a_1 + \dots + A_{2n} a_n &= B_n, \end{aligned} \tag{1.49}$$

Współczynniki A_i oraz B_i wygodnie jest obliczać w tabeli utworzonej według następującego schematu

$$A_0 = m + 1$$

Tabela 1.3. Schemat obliczania współczynników A_i, B_i .

x	x^2	x^3	...	x^{2n}	y	xy	x^2y	...	x^ny
x_0	x_0^2	x_0^3	...	x_0^{2n}	y_0	x_0y_0	$x_0^2y_0$...	$x_0^ny_0$
x_1	x_1^2	x_1^3	...	x_1^{2n}	y_1	x_1y_1	$x_1^2y_1$...	$x_1^ny_1$
x_2	x_2^2	x_2^3	...	x_2^{2n}	y_2	x_2y_2	$x_2^2y_2$...	$x_2^ny_2$
.
x_m	x_m^2	x_m^3	...	x_m^{2n}	y_m	x_my_m	$x_m^2y_m$...	$x_m^ny_m$
A_1	A_2	A_3	...	A_{2n}	B_0	B_1	B_2	...	B_n

Przykład 2

Dana jest funkcja $y_i = F(x_i)$, która w punktach (x_i, y_i) przyjmuje następujące wartości:

x_i	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00
y_i	0,00	0,10	0,90	2,00	4,20

Znaleźć metodą najmniejszych kwadratów przybliżenie funkcji $F(x_i)$ wielomianem $f(x)$ co najwyżej stopnia drugiego.

Mamy $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ $n = 2$, $m = 4$.

Sporządzamy tabelę wg tabeli 1.3:

$$A_0 = 5$$

x	x^2	x^3	x^4	y	xy	x^2y
1	1	1	1	0,10	0,10	0,10
2	4	8	16	0,90	1,80	3,60
3	9	27	81	2,00	6,00	18,00
4	16	64	256	4,20	16,8	67,20
$A_1 = 10,0$	$A_2 = 30,0$	$A_3 = 100,0$	$A_4 = 354,0$	$B_0 = 7,2$	$B_1 = 24,7$	$B_2 = 88,9$

Zapiszmy układ równań (1.50)

$$5a_0 + 10a_1 + 30a_2 = 7,2,$$

$$10a_0 + 30a_1 + 100a_2 = 24,7,$$

$$30a_0 + 100a_1 + 354a_2 = 88,9$$

Wyznacznik główny układu równań (1.50)

$$W = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 30 \\ 10 & 30 & 100 \\ 30 & 100 & 354 \end{vmatrix} = 700$$

Wyznaczniki układu równań

$$W_{a_0} = \begin{vmatrix} 7,2 & 10 & 30 \\ 24,7 & 30 & 100 \\ 88,9 & 100 & 354 \end{vmatrix} = 16$$

$$W_{a_1} = \begin{vmatrix} 5 & 7,2 & 30 \\ 10 & 24,7 & 100 \\ 30 & 88,9 & 354 \end{vmatrix} = -179$$

$$W_{a_2} = \begin{vmatrix} 5 & 10 & 7,2 \\ 10 & 30 & 24,7 \\ 30 & 100 & 88,9 \end{vmatrix} = 225$$

$$a_0 = \frac{W_{a_0}}{W} = 0,023; \quad a_1 = \frac{W_{a_1}}{W} = -0,256; \quad a_2 = \frac{W_{a_2}}{W} = 0,321;$$

Funkcja $f(x)$ aproksymująca wyniki pomiarów przyjmuje następującą postać:

$$f(x) = 0,023 - 0,256x + 0,321x^2$$

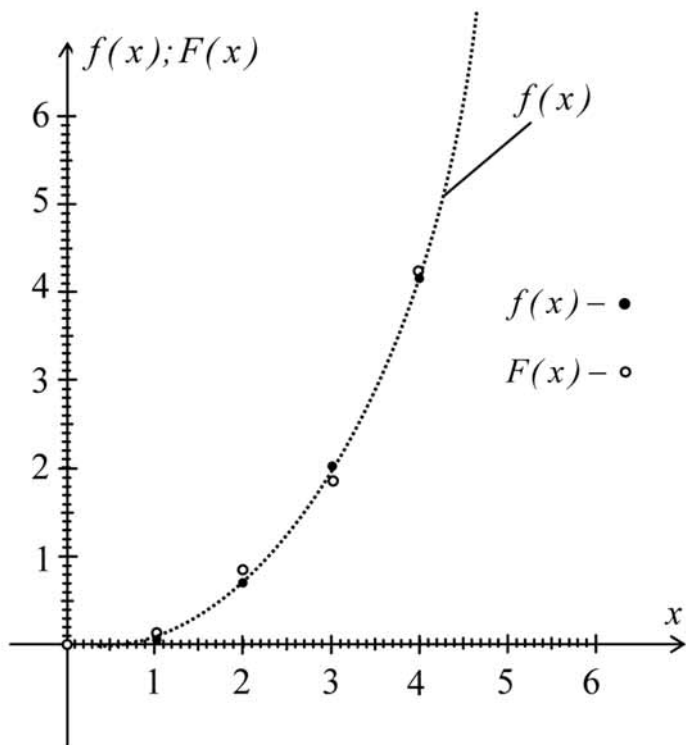
Wyznamy błąd średni aproksymacji M .

$$M^2 = \frac{1}{m+1} \Phi(a_0, a_1, a_2)$$

x	0	1	2	3	4
$F(x)$	0	0,10	0,90	2,00	4,20
$f(x)$	0,023	0,088	0,795	2,144	4,135
Φ	$(0,023)^2 + (0,028)^2 + (0,105)^2 + (0,065)^2$				

$$M^2 = \frac{\Phi}{m+1} = \frac{0,01656}{5} = 0,003312 \quad M \approx 0,0575$$

Na rys. 1.5. przedstawiono funkcję drugiego stopnia $f(x)$ aproksymującą wyniki pomiarów.



Rys. 1.5. Graficzna prezentacja wyników

Przykład 3

Wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów wielomian stopnia pierwszego, najlepiej aproksymujący zależność $y_i(x_i)$. Wartości x_i i y_i otrzymano doświadczalnie i przedstawiono w poniższej tabeli

x_i	0,6	1,0	1,6	1,7	2,0	2,3	2,5	3,0	3,3	3,6	4,0	4,5	4,9	5,2
y_i	1,4	2,0	2,1	2,7	2,4	2,8	3,5	3,3	4,4	3,8	4,2	5,2	5,1	5,6

W układzie współrzędnych $y(x)$ są to punkty będące wartościami funkcji $F(x)$, których rozkład przedstawiono na rys. 1.6.

Poszukujemy wielomianu w postaci

$$f(x) = a_0 + a_1x$$



Rys. 1.6. Rozkład punktów otrzymanych doświadczalnie

x	x^2	y	xy
0,6	0,36	1,4	0,84
1,0	1,0	2,0	2,00
1,6	2,56	2,1	3,36
1,7	2,89	2,7	4,59
2,0	4,0	2,4	4,80
2,3	5,29	2,8	6,44
2,5	6,25	3,5	8,75
3,0	9,0	3,3	9,9
3,3	10,89	4,4	14,52
3,6	12,69	3,8	13,68
4,0	16,00	4,2	16,80
4,5	20,25	5,2	23,40
4,9	24,01	5,1	24,99
5,2	27,04	5,6	29,12
$A_1 = 40,2$	$A_2 = 142,5$	$B_0 = 48,5$	$B_1 = 163,19$

Wyznaczmy współczynniki A_1, A_2, B_0, B_1 , współczynnik $A_0 = 14$.

$$14a_0 + 40,2a_1 = 48,5$$

$$40,2a_0 + 142,5a_1 = 163,19$$

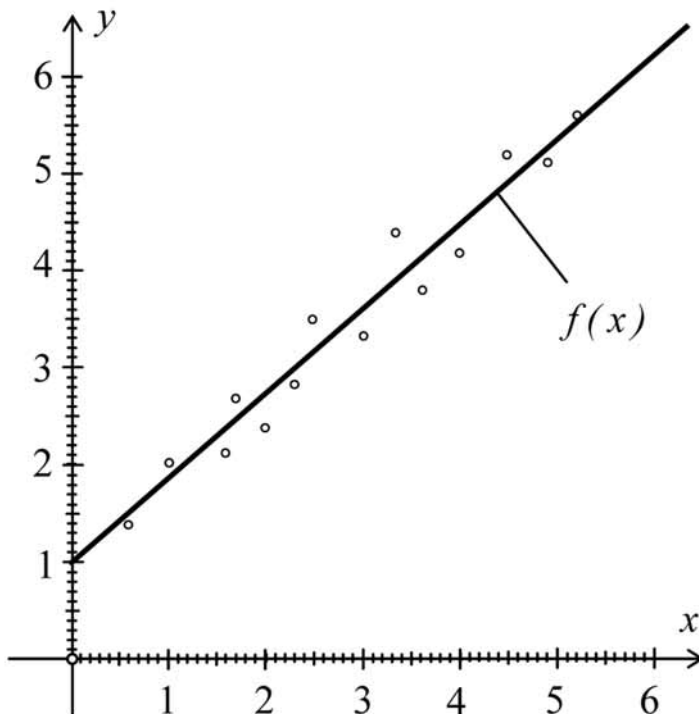
Obliczmy współczynniki a_0 i a_1 powyższego układu równań.

$$a_0 = 0,926 \quad a_1 = 0,884$$

Poszukiwany wielomian przyjmuje postać funkcji liniowej,

$$f(x) = 0,926 + 0,884x$$

którego wykres przedstawiono na (rys. 1.7)



Rys. 1.7. Funkcja liniowa $f(x)$, najlepiej aproksymująca wyniki pomiarów

x	0,6	1,0	1,6	1,7	2,0	2,3	2,5	3,0	3,3	3,6
$F(x)$	1,40	2,00	2,10	2,70	2,40	2,80	3,50	3,30	4,40	3,80
$f(x)$	1,46	1,81	2,34	2,43	2,69	2,96	3,13	3,58	3,84	4,11
Φ	$0,06^2 + 0,19^2 + 0,14^2 + 0,27^2 + 0,29^2 + 0,16^2 + 0,37^2 + 0,28^2 +$ $+ 0,56^2 + 0,31^2 + 0,26^2 + 0,30^2 + 0,16^2 + 0,08^2 = 1,0565$									

x	4,0	4,5	4,9	5,2
$F(x)$	4,20	5,20	5,10	5,60
$f(x)$	4,46	4,90	5,26	5,52

Wyznaczmy błąd średni aproksymacji M

$$M^2 = \frac{1}{m+1} \Phi(a_0, a_1, a_2)$$

$$M^2 = \frac{\Phi}{m+1} = \frac{1,0565}{14} = 0,07546 \quad M \approx 0,2747$$

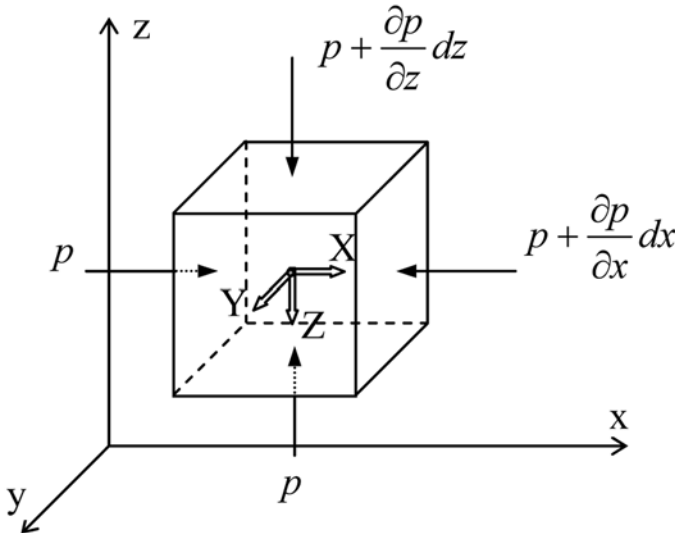
ROZDZIAŁ 2

2. POWIERZCHNIA SWOBODNA CIECZY W NACZYNIU WIRUJĄCYM WOKÓŁ WŁASNEJ PIONOWEJ OSI

2.1. Podstawy teoretyczne

Stan względnego spoczynku zachodzi wtedy, gdy ciecz wraz z naczyniem znajduje się w ruchu ze stałą prędkością, bądź ze stałym przyspieszeniem, lub mówiąc inaczej stan ten zachodzi wtedy, gdy żaden z elementów cieczy nie przemieszcza się względem siebie ani naczynia.

Wyodrębnijmy z obszaru cieczy znajdującego się w stanie spoczynku elementarną objętość w kształcie prostopadłościanu o krawędziach dx , dy , dz . Na ten element działają siły masowe oraz siły powierzchniowe normalne (parcie hydrostatyczne).



Rys. 2.1. Siły działające na elementarną objętość

Oznaczmy przez X, Y, Z – składowe jednostkowych sił masowych, przypadających na jednostkę masy, w kierunku osi współrzędnych. Masa elementarnego prostopadłościanu płynu o gęstości ρ wynosi $dM = \rho dx dy dz$. Rzuty

jednostkowych sił masowych na kierunku osi współrzędnych są równe: $X\rho dx dy dz$, $Y\rho dx dy dz$, $Z\rho dx dy dz$. Zakładamy, że ciecz znajduje się w spoczynku. Siły powierzchniowe działające na ścianki elementarnego prostopadłościanu są do nich prostopadłe i wynoszą

$$(p; p + \frac{\partial p}{\partial x} dx); (p; p + \frac{\partial p}{\partial y} dy); (p; p + \frac{\partial p}{\partial z} dz);$$

Z pierwszej zasady dynamiki Newtona wynika, że jeżeli ciało pozostaje w spoczynku to suma sił działających na nie jest równa zeru. Rzutując wymienione siły powierzchniowe na kierunek osi x otrzymujemy:

$$p dy dz - (p + \frac{\partial p}{\partial x} dx) dy dz + \rho X dx dy dz = 0 \quad (2.1)$$

Po przekształceniach otrzymujemy ostateczną postać równań równowagi sił dla osi x

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx = \rho X dx \quad (2.2)$$

Przeprowadzając analogiczne rozumowanie dla pozostałych osi otrzymuje się układ równań różniczkowych zwanych układem Eulera:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} dx &= \rho X dx \\ \frac{\partial p}{\partial y} dy &= \rho Y dy \\ \frac{\partial p}{\partial z} dz &= \rho Z dz \end{aligned} \quad (2.3)$$

dodając równania (2.3) stronami otrzymujemy

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho (X dx + Y dy + Z dz) \quad (2.4)$$

Lewa strona równania (2.4) jest różniczką zupełną ciśnienia p

$$dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz) \quad (2.5)$$

Równanie (2.5) jest podstawowym równaniem równowagi płynu wyrażającym zależność ciśnienia od sił masowych.

2.1.1. Potencjał jednostkowych sił masowych

Analizując równanie (2.4) dostrzegamy pewną analogię w zapisie lewej i prawej strony równania.

Jeżeli wprowadzimy pewną skalarną funkcję U , zależną jedynie od współrzędnych

$$U = U(x, y, z) \quad (2.6)$$

i posiadającą tę własność, że jej cząstkowe pochodne będą równe odpowiednim składowym jednostkowej siły masowej

$$\frac{\partial U}{\partial x} = X; \quad \frac{\partial U}{\partial y} = Y; \quad \frac{\partial U}{\partial z} = Z; \quad (2.7)$$

to prawa strona równania (2.4) i (2.5) jest różniczką zupełną funkcji u

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \quad (2.8)$$

Funkcję: $U = U(x, y, z)$ nazywamy *potencjałem jednostkowych sił masowych*.

Po podstawieniu (2.7) do (2.5) otrzymujemy

$$dp = \rho dU \quad (2.9)$$

Po scałkowaniu otrzymujemy

$$p = \rho U + C \quad (2.10)$$

gdzie stałą C wyznaczamy z warunków brzegowych.

2.1.2. Powierzchnia jednakowego ciśnienia

Geometryczne miejsce punktów, w których panują jednakowe ciśnienia nazywane jest powierzchnią jednakowego ciśnienia.

Na powierzchni jednakowego ciśnienia, gdzie:

$$p(xyz) = 0$$

różniczka zupełna ciśnienia jest równa zero

$$dp = 0$$

Ponieważ gęstość cieczy jest różna od zera $\rho \neq 0$, to z równania (2.5), (2.7) i (2.9) wynika, że

$$dU = Xdx + Ydy + Zdz = 0 \quad (2.11)$$

a następnie $U(x, y, z) = \text{const.}$

Z powyższych rozważań wynika wniosek, że powierzchnia jednakowego ciśnienia jest zarazem powierzchnią jednakowego potencjału sił masowych (*powierzchnią ekwipotencjalną*).

Równanie:

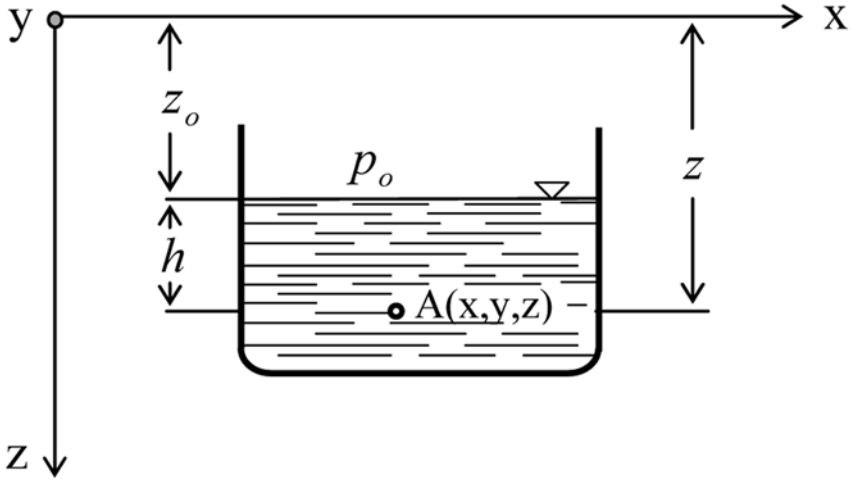
$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \quad (2.12)$$

jest jednocześnie równaniem powierzchni jednakowego ciśnienia i jednakowego potencjału sił masowych.

W równaniu tym wielkości X, Y, Z są składowymi jednostkowej siły masywej natomiast dx, dy, dz są składowymi wektora przesunięcia. Jak wynika z równania (2.12) praca sił masowych na powierzchni jednakowego jest równa zero. Jedną z powierzchni jednakowego ciśnienia w płynach barotropowych (w których gęstość jest tylko funkcją ciśnienia) jest powierzchnia swobodnego zwierciadła cieczy.

2.1.2.1. Równowaga cieczy w jednorodnym polu sił

Rozpatrzmy przypadek, gdy na ciecz znajdującą się w naczyniu działa tylko siła przyciągania ziemskiego, jako jedyna siła masowa. Zakładamy, że pole grawitacyjne jest jednorodne. Obierzmy prostokątny układ współrzędnych oxyz.



Rys. 2.2. Ciecz w polu grawitacyjnym

Składowe jednostkowej siły masowej R działającej w dowolnym punkcie $A(xyz)$ wynoszą:

$$X = 0; Y = 0; Z = 0; \quad (2.13)$$

Podstawiając te wartości do równania (2.5) otrzymujemy różniczkowe równanie rozkładu ciśnienia w obszarze cieczy

$$dp = \rho g dz = \gamma dz \quad (2.14)$$

całkujemy równanie (2.14)

$$p = \gamma z + C$$

Stałą całkowania C wyznaczamy z warunku brzegowego na swobodnej powierzchni cieczy

$$z = z_o; p = p_o \quad (2.15)$$

stąd

$$C = p_o - \gamma z_o$$

Ciśnienie w dowolnym punkcie A będzie równe:

$$p = p_o + \gamma(z - z_o) \quad (2.16)$$

uwzględniając, że: $z - z_o = h$, otrzymujemy

$$p = p_o + \gamma h \quad (2.17)$$

Jeżeli na swobodnej powierzchni cieczy panuje ciśnienie atmosferyczne p_a , tzn. $p_o = p_a$, równanie (2.17) przyjmuje postać:

$$p = p_a + \gamma h \quad (2.18)$$

Ciśnienie w dowolnym punkcie obszaru cieczy, będącej pod wpływem działania siły przyciągania ziemskiego (jako jedynej siły masowej), jest równe sumie ciśnienia atmosferycznego i ciśnienia od słupa cieczy h nad tym punktem. Ciśnienie to nazywamy *ciśnieniem bezwzględnym (absolutnym)*.

Nadciśnienie definiujemy jako różnicę $p - p_a$

$$p_n = p - p_a = \gamma h \quad (2.19)$$

Podciśnienie definiujemy jako różnicę

$$p_p = p_a - p \quad (2.20)$$

W celu wyznaczenia powierzchni jednakowego ciśnienia (*powierzchni ekwipotencjalnej*) podstawiamy do równania (2.12) wartości składowych jednostkowej siły masowej:

$$X = 0; Y = 0; Z = g \quad (2.21)$$

Otrzymujemy równanie różniczkowe $gdz = 0$

Po scałkowaniu

$$z = \text{const} \quad (2.22)$$

Z równania (2.22) wynika, że w jednorodnym polu grawitacyjnym powierzchniami *ekwipotencjalnymi* są poziome płaszczyzny, prostopadłe do kierunku siły obciążenia.

2.1.2.2. Równowaga cieczy w naczyniu poruszającym się ze stałym przyspieszeniem liniowym

Naczynie napełnione cieczą porusza się ze stałym przyspieszeniem liniowym $a = \text{const}$.

Obieramy układ współrzędnych tak aby jego początek był usytuowany w środku ciężkości swobodnego zwierciadła cieczy a oś x skierowana zgodnie z kierunkiem ruchu cysterny.

Składowe jednostkowej siły masowej przybierają następujące wartości:

$$X = -a; Y = 0; Z = -g;$$

siła bezwładności skierowana jest przeciwnie do kierunku ruchu.

Podstawiając te wartości do równania (2.5) otrzymujemy

$$dp = \rho (-adx - gdz)$$

Stąd po scałkowaniu

$$p = -\rho (ax + gz) + C \quad (2.23)$$

Stałą C wyznaczamy z warunku brzegowego:

$$x = 0; y = 0; z = 0; p = p_a$$

Po podstawieniu warunków brzegowych otrzymujemy $c = p_a$.

Równanie (2.23) przyjmuje postać:

$$p = p_a - \rho (ax + gz) \quad (2.24)$$

Równanie swobodnej powierzchni cieczy otrzymujemy podstawiając wartości składowych jednostkowej siły masowej do równania (2.12)

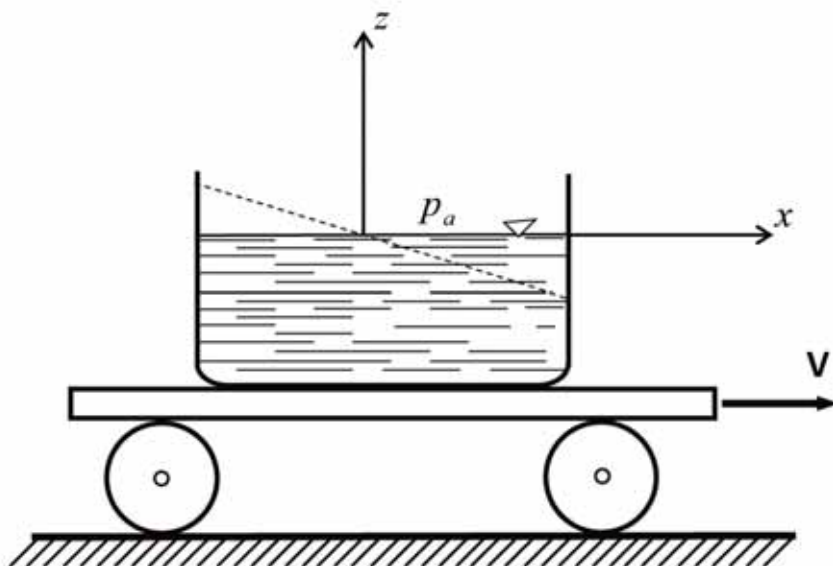
$$-adx - gdz = 0 \quad (2.25)$$

Całkujemy równanie (2.25)

$$ax + gz = const$$

Jest to równanie płaszczyzny nachylonej do poziomu pod kątem, który można wyznaczyć z zależności:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dz}{dx} = -\frac{a}{g}$$



Rys. 2.3. Naczynie poruszające się ze stałym przyspieszeniem liniowym

2.1.2.3. Równowaga cieczy w naczyniu wirującym dookoła własnej osi ze stałą prędkością kątową

Naczynie cylindryczne napełnione cieczą wiruje ze stałą prędkością kątową $\omega = \text{const}$ wokół pionowej osi z (rys. 2.4).

Teoretycznie, ciecz będzie wirowała w naczyniu jako ciało sztywne dopiero po upływie nieskończonego długiego okresu czasu, licząc od chwili rozruchu.

Przenoszenie pędu od ścianek oraz dna naczynia na cząsteczki cieczy odbywa się za pośrednictwem sił lepkości. Siły te maleją do zera wraz z zanikiem poślizgu pomiędzy współśrodkowymi warstwami cieczy. W naczyniu rzeczywistym proces przenoszenia pędu jest bardziej złożony. Spowodowane to jest drganiami cieczy wywołanymi drganiami całego układu (naczynia oraz elementów napędzających). Ruch cieczy i naczynia po pewnym czasie ustali się i odbywa się ze stałą prędkością kątową. Ponieważ zagadnienie jest osiowo symetryczne, działanie sił masowych możemy rozpatrywać w dwuwymiarowym, płaskim układzie współrzędnych $(r; z)$. Przyjmujemy układ współrzędnych zgodnie z rys. 2.4.

W dowolnym punkcie A działa siła masowa F_m , która jest sumą wektorową przyspieszenia ziemskiego i odśrodkowego.

Składowe jednostkowej siły masowej przybierają następujące wartości:

$$X = 0$$

$$Y = r\omega^2$$

$$Z = -g$$

Podstawiając te wartości do równania (5) otrzymujemy:

$$dp = \rho (r\omega^2 dr - g dz) \quad (2.26)$$

gdzie: $dr = dy$

Po scałkowaniu równania (2.25) otrzymujemy:

$$p = \rho \left(\frac{r^2 \omega^2}{2} - gz \right) + C \quad (2.27)$$

stałą C wyznaczamy z następującego warunku:

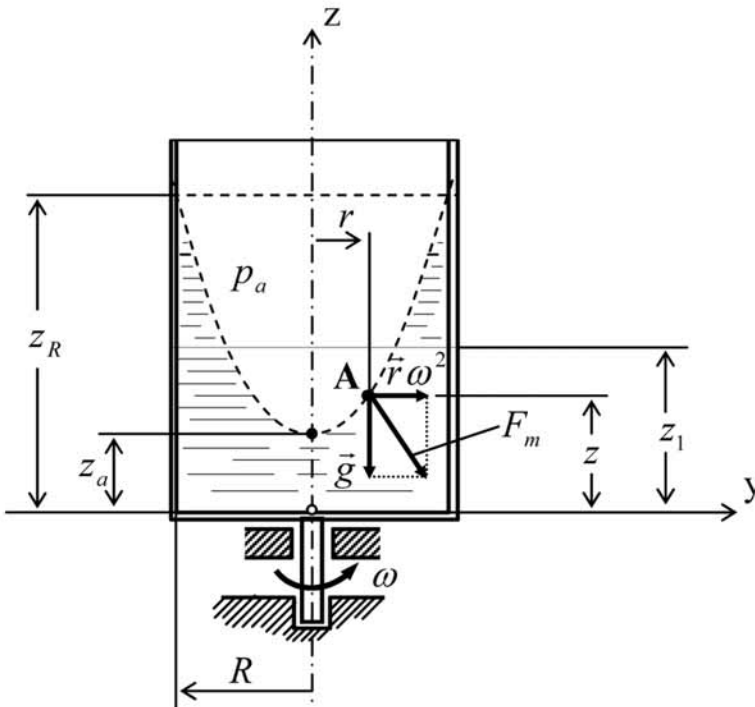
$$r = 0; z = z_a; p = p_A = p_a$$

$$C = p_a + \rho g z_a \quad (2.28)$$

Po podstawieniu stałej C , równanie (2.27) przyjmuje postać:

$$p = p_a + \rho \left[\frac{r^2 \omega^2}{2} + g(z_a - z) \right] \quad (2.29)$$

Równanie (2.29) pozwala obliczyć ciśnienie w dowolnym punkcie o współrzędnych $(r; z)$ jeżeli znamy rzędną z_a powierzchni swobodnej cieczy dla $r = 0$.



Rys. 2.4. Ruch obrotowy naczynia dookoła osi pionowej

z_1 – wysokość słupa cieczy w spoczynku,

z_R – maksymalna rzędna paraboloidy dla ustalonego ruchu obrotowego naczynia

z_a – rzędna wierzchołka paraboloidy przy ustalonym ruchu obrotowym naczynia,

R – promień naczynia

Z równania (2.29) wynika, że dla ustalonej, stałej prędkości naczynia $\omega = const$, rozkład ciśnienia wzdłuż dowolnej prostej pionowej jest liniowy tzn. $p = p(z)$, ciśnienie jest funkcją tylko współrzędnej z .

Rozkład ciśnienia wzdłuż dowolnej prostej poziomej $z = const$ jest paraboliczny

$$p = p(r^2)$$

Równanie swobodnej powierzchni cieczy otrzymujemy podstawiając wartość składowych jednostkowej siły masowej do równania (2.12)

$$r\omega^2 dr - g dz \tag{2.30}$$

po scałkowaniu:

$$\frac{r^2\omega^2}{2} - gz = C_1 \tag{2.31}$$

Stałą całkowania wyznaczamy z warunku (2.28)

$$C_1 = gz_a \tag{2.32}$$

Po podstawieniu (2.32) do (2.31) otrzymujemy:

$$z = z_a + \frac{r^2\omega^2}{2g} \tag{2.33}$$

Jest to równanie paraboloidy o wierzchołku przesuniętym o rzędną z_a .

Powierzchnia swobodna cieczy w naczyniu wirującym z prędkością kątową ω jest powierzchnią paraboloidy obrotowej. Wszystkie powierzchnie ekwipotencjalne (izobaryczne) tworzą zbiór identyczny powierzchni przesuniętych wzdłuż osi z .

Rzędną z_a wierzchołka paraboli możemy wyznaczyć z równania (2.32) jeżeli znamy $z = z_R$ dla $r = R$.

$$z_a = z_R - \frac{R^2\omega^2}{2g} \tag{2.34}$$

Wykorzystując znaną z geometrii zależność (wysokość paraboloidy jest dwa razy większa od wysokości równoważnego jej co do objętości walca o tej samej powierzchni podstawy) możemy zapisać:

$$z_R - z_a = 2(z_1 - z_a) \quad (2.35)$$

Wyznaczamy z (2.33) z_R i podstawiamy do (2.32), otrzymujemy:

$$z_a = z_1 - \frac{R^2 \omega^2}{4g} \quad (2.36)$$

Otrzymaliśmy rzędną wierzchołka paraboli z_a dla zadanych parametrów:

z_1 – wysokość słupa cieczy znajdującej się w naczyniu w stanie spoczynku,

R – promień naczynia,

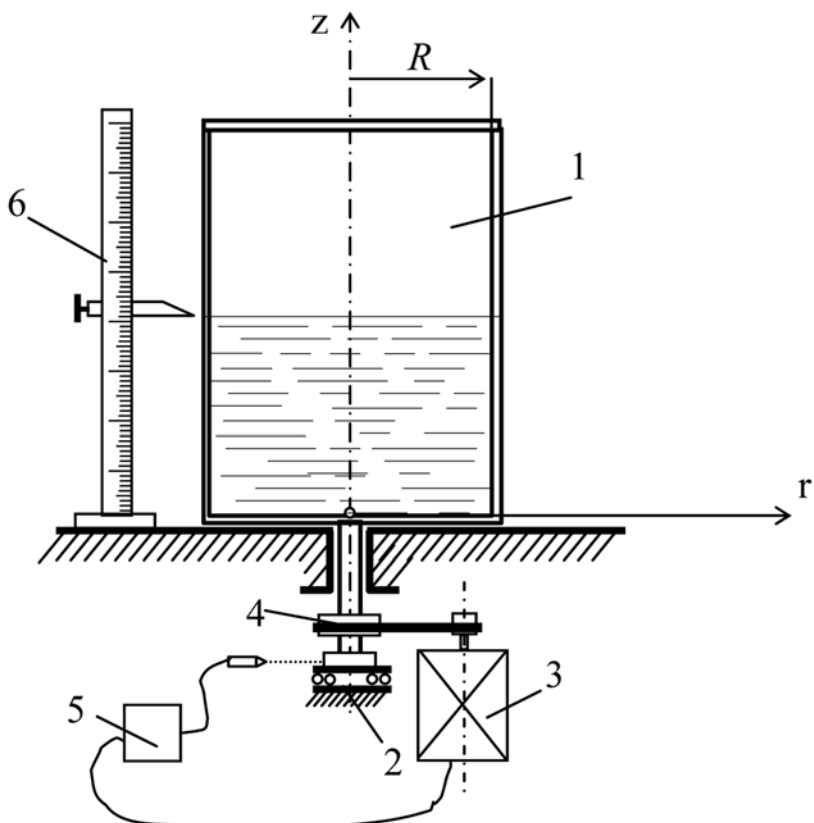
ω – prędkość kątowa naczynia.

2.1.2.4. Stanowisko pomiarowe

Stanowisko pomiarowe składa się z przezroczystego naczynia w kształcie walca, w którym znajduje się woda. W stanie spoczynku wysokość słupa wody wynosi z_1 . Celem ćwiczenia jest wyznaczenie kształtu powierzchni swobodnej cieczy oraz wyznaczenie rozkładu ciśnienia na dnie i ściance naczynia w funkcji częstości kołowej ω .

Wykonanie ćwiczenia:

1. Dokonujemy pomiaru wysokości z_1 słupa cieczy będącej w spoczynku.
2. Uruchamiamy napięcie zasilające silnik i ustawiamy parametry sterujące jej obrotami.
3. Po odczekaniu około 5 min na ustalenie się swobodnej powierzchni wody mierzymy jej charakterystyczne parametry:
 - położenie wierzchołka paraboloidy z_a
 - wysokość z_R
4. Czynność powtórzyć dla pięciu różnych, podanych przez prowadzącego prędkości obrotowych naczynia.



Rys. 2.5. Schemat stanowiska pomiarowego:

- 1 – naczynie, 2 – zespół łożysk tocznych, 3 – silnik elektryczny, 4 – przekładnia,
 5 – układ sterujący obrotami silnika, 6 – miernik wysokości słupa cieczy

Pytania kontrolne

1. Zapisać równanie równowagi płynu.
2. Podać definicję powierzchni ekwipotencjalnej, izobarycznej.
3. Podać definicję jednostkowej siły masowej.
4. Wyznaczyć rozkład ciśnienia na dnie wirującego naczynia.
5. Wyznaczyć rozkład ciśnienia na ścianie wirującego naczynia.
6. Wyznaczyć prędkość kątową ω na podstawie parametrów wirującej cieczy.

ROZDZIAŁ 3

3. WYZNACZANIE LEPKOŚCI CIECZY I GAZÓW

3.1. Podstawy teoretyczne

Ciała materialne w przyrodzie mogą występować w trzech stanach skupienia: *stałym, ciekłym i gazowym*. Ciecze i gazy stanowią jedną grupę zwaną płynami. Do podstawowych parametrów określających własności fizyczne płynów należą: *ciężar właściwy, gęstość, ściśliwość i lepkość*.

Lepkość płynów stanowi jedną z takich właściwości reologicznych, która decyduje o przydatności eksploatacyjnej płynów, jest również podstawowym kryterium brany pod uwagę przy projektowaniu instalacji przemysłowych służących do transportu płynów i urządzeń pracujących pod dużym ciśnieniem.

Wartość współczynnika lepkości dynamicznej płynu ma również duży wpływ na rozwiązania technologiczne zastosowane w ciepłownictwie, energetyce, a także w różnego typu instalacjach montowanych w domach i samochodach. Wpływ wartości współczynnika na wymiary lub formę instalacji, przez które płyną płyny nabiera coraz większego znaczenia ze względu na szeroki zakres temperatur stosowany w różnych procesach technologicznych [7].

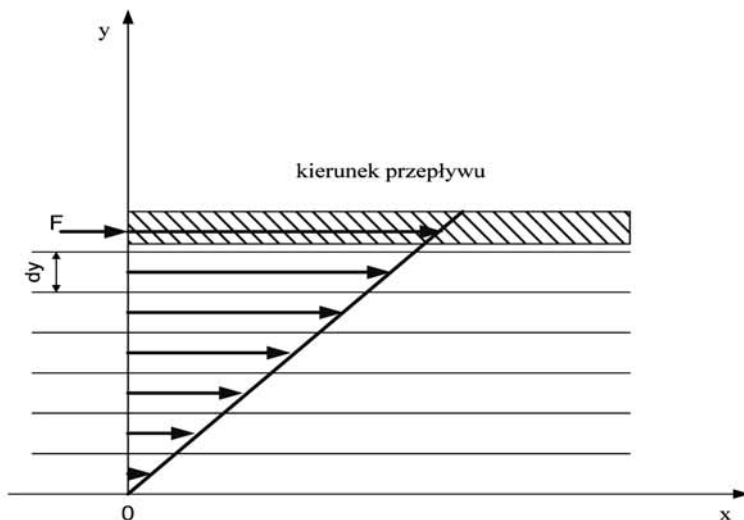
3.1.1. Definicja lepkości

Lepkością nazywamy zdolność płynów do przenoszenia naprężeń stycznych przy wzajemnym przemieszczaniu elementów poruszających się z różnymi prędkościami.

Przyjmując, że płyn, który przepływa w kierunku osi x składa się z bardzo wielu cienkich równoległych warstw (rys. 3.1), a przepływ odbywa się w ten sposób, że każda następna górna warstwa porusza się szybciej niż warstwa leżąca bezpośrednio pod nią, to przyłożona do płytki siła F powoduje przyspieszenie ruchu warstw położonych poniżej.

Niech grubość każdej warstwy będzie dy , a prędkość każdej w stosunku do leżącej bezpośrednio pod nią większa o dw , wówczas gradient prędkości jest równy dw/dy . Przyłożenie siły F działającej w kierunku osi x i zwiększającej prędkość ruchu górnej warstwy, spowoduje przyspieszenie ruchu położonych niżej warstw.

Z kolei dolne warstwy będą oddziaływały hamująco na ruch górnych. Wielkość sił wzajemnego oddziaływania jest proporcjonalna do wielkości pola A zetknięcia się dwóch warstw [12].



Rys. 3.1. Model przepływu cieczy lepkiej wg Newtona

Opisane zjawisko występuje wskutek istnienia lepkości (sił tarcia wewnętrznego). Zjawisko lepkości występuje w płynach rzeczywistych, które wykazują zdolność przenoszenia naprężeń stycznych, przy czym naprężenia powstają między sąsiednimi warstwami płynu poruszającymi się z różnymi prędkościami, naprężenia styczne powstają również pomiędzy poruszającym się płynem i ciałem stałym. Natomiast nie występują w czasie spoczynku lub w płynie poruszającym się z wyrównaną prędkością [1]. Działanie sił tarcia wewnętrznego zostało opisane przez Newtona zależnością

$$F = -\eta A \frac{dw}{dy} \quad (3.1)$$

gdzie:

F – siła tarcia wewnętrznego [N],

η – współczynnik lepkości dynamicznej [Pa·s],

A – powierzchnia pola zetknięcia się dwóch warstw [m²],

$\frac{dw}{dy}$ – gradient prędkości [s⁻¹].

Siły tarcia można przedstawić również za pomocą wzoru

$$\tau = -\eta \frac{dw_r}{dr} \quad (3.2)$$

gdzie:

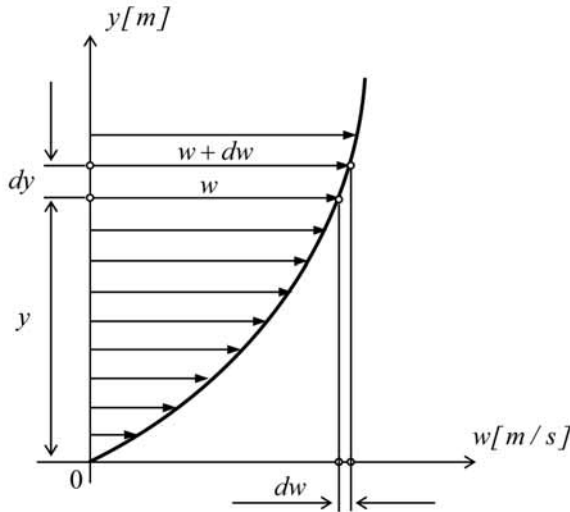
τ – $[\tau = F/A]$ – naprężenia ścinające,

dw_r – przyrost prędkości przepływu,

dr – przyrost promienia w jakim nastąpił przyrost prędkości przepływu.

Liczbowo współczynnik lepkości dynamicznej η jest równy sile, z jaką działamy na warstwę cieczy o powierzchni 1 m^2 , aby przesunąć ją względem drugiej takiej samej, odległej o 1 m , z prędkością o 1 m/s większą niż prędkość pierwsza [5].

Zgodnie z hipotezą Newtona, naprężenia ścinające występujące między sąsiednimi warstwami lub elementami płynu są proporcjonalne do przyrostu prędkości w kierunku normalnym do kierunku przepływu



Rys. 3.2. Schemat ilustrujący zmianę prędkości płynu w kierunku normalnym do kierunku przepływu według hipotezy Newtona

Inaczej lepkość dynamiczną można zdefiniować jako stosunek naprężenia ścinającego do szybkości ścinania

$$\eta = \frac{\tau}{\frac{dw}{dr}} \quad (3.3)$$

gdzie:

η – współczynnik lepkości dynamicznej [Pa·s],

τ – naprężenie ścinające [N/m²],

$\frac{dw}{dr}$ – szybkość ścinania.

Wykorzystując siły potrzebne do przetłoczenia płynu rzeczywistego przez odcinek prostego przewodu, otrzymujemy zależność powstałą z porównania ilorazu naprężenia ścinającego, średnicy hydraulicznej i długości przewodu oraz ilorazu spadku ciśnienia na długości przewodu i pola powierzchni przekroju poprzecznego przewodu:

$$\tau 2\pi rL = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (3.4)$$

gdzie:

r – promień rury,

L – długość rury,

p_1 – ciśnienie na wlocie,

p_2 – ciśnienie na wylocie.

Podstawiając wzór (3.2) do wzoru (3.4) otrzymujemy zależność

$$\eta \frac{dw_r}{dr} 2\pi rL = (p_1 - p_2) \pi r^2 \quad (3.5)$$

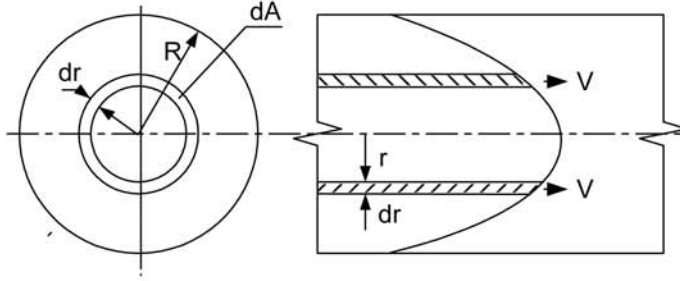
Przekształcając równanie (3.4) otrzymujemy

$$\frac{dw}{dr} = \frac{p_1 - p_2}{L\eta} \frac{r}{2} \quad (3.6)$$

Przyjmując, że $r = R$, prędkość przepływu $w_r = 0$ całkujemy równanie (3.6) i otrzymujemy prędkość przepływu w danym przekroju

$$w_r = \frac{R^2}{4} \cdot \frac{p}{L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

Z zależności (3.7) wynika, że rozkład prędkości lokalnej w rurze o przekroju kołowym dla przepływu laminarnego (przepływ laminarny scharakteryzowany będzie w następnym rozdziale) ma charakter paraboliczny, co przedstawia (rys. 3.3).



Rys. 3.3. Rozkład prędkości lokalnej w przekroju rurociągu

Średnia prędkość przepływu płynu

$$w = \frac{\dot{V}}{A} \quad (3.8)$$

Objęściowe natężenie przepływu \dot{V} płynu w kanale

$$\dot{V} = \int_0^R w \cdot 2\pi r dr \quad (3.9)$$

po podstawieniu zależności (3.7) i po całkowaniu otrzymujemy

$$\dot{V} = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\eta L} \quad (3.10)$$

Równanie to jest szczególnym przypadkiem ogólnego rozwiązania równania ruchu Naveira-Stokesa znanym jako równanie Hagea-Poiseuille'a. Przekształcając powyższy wzór otrzymamy zależność opisującą zjawisko lepkości dynamicznej dla płynów Newtonowskich w czasie przepływu laminarnego przez prosty kanał [9]

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p}{8\dot{V}L} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4 \Delta p}{8\dot{V}L} \quad (3.11)$$

gdzie:

d – średnica rury

L – długość rury

W literaturze możemy spotkać dwa rodzaje lepkości, kinematyczną i dynamiczną, lepkość kinematyczna jest to stosunek lepkości dynamicznej do gęstości cieczy w tej samej temperaturze [2,6] i określona jest wzorem

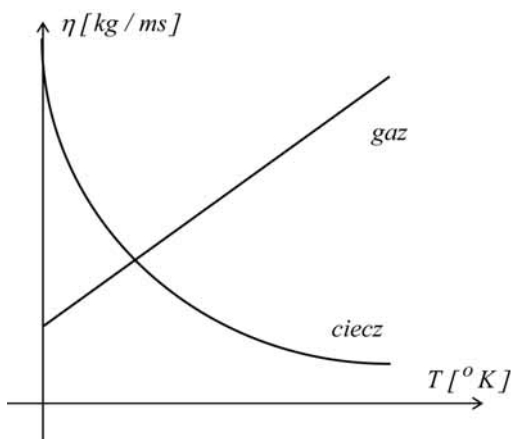
$$\nu = \frac{\eta}{g} \quad (3.12)$$

gdzie:

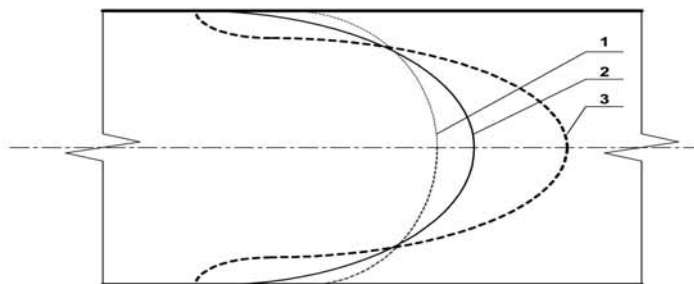
ν – lepkość kinematyczna [m^2/s],

g – gęstość płynu [kg/m^3],

η – współczynnik lepkości dynamicznej.



Rys. 3.4. Zależność lepkości od temperatury



Rys. 3.5. Zmiana profilu prędkości przepływu pod wpływem zmiany temperatury:

1 – grzanie, 2 – temperatura stała, 3 – chłodzenie

Lepkość płynu jest ściśle związana z jego temperaturą, zmiana wartości lepkości wskutek zmiany temperatury płynu przedstawiona jest na rys. 3.4., natomiast zmiana profilu jego przepływu w kanale o przekroju kołowym na rys. 3.5.

Istnieje wiele równań pozwalających obliczyć lepkość płynu w dowolnej temperaturze $\eta = \eta(T)$. Lepkość gazu możemy obliczyć ze wzoru Sutherlanda

$$\eta = \eta_0 \left(\frac{T_0 + S}{T + S} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \quad (3.13)$$

gdzie:

T_0 – zwykle równe 273 [K],

η_0 – lepkość dynamiczna gazu w temperaturze 273 [K],

S – stała doświadczalna, określona dla danego gazu [K].

W przypadku cieczy wpływ temperatury na lepkość dynamiczną określony jest zależnością:

$$\eta = A \cdot \exp\left(-\frac{B}{T}\right) \quad (3.14)$$

w której stałe A i B są współczynnikami wyznaczanymi doświadczalnie dla danej cieczy.

Stosowane są następujące jednostki lepkości [10]:

$$\text{Układ SI} - Pa \cdot s = \frac{N \cdot s}{m^2},$$

$$\text{Układ CGS} - P = \frac{g}{cm \cdot s} = 0,1 \frac{kg}{m \cdot s},$$

$$\text{Techniczny} - \frac{kG \cdot s}{m^2}.$$

3.1.2. Przepływ laminarny

Przepływ laminarny, czyli przepływ uwarstwiony, charakteryzuje się znaczną przewagą sił lepkości nad siłami bezwładności. Cechą przepływów laminarnych jest to, że poszczególne warstwy płynu przemieszczają się, jakby ślizgając się po sobie.

W przypadku przepływu w rurze o przekroju kołowym, warstwy cieczy mają kształt cylindrów współosiowych. W takiej sytuacji zabarwiona cienka struga cieczy wprowadzona osiowo do rury zachowuje swój kształt na znacznej długości. Taki przebieg zjawiska ma miejsce, dopóki przepływ w rurze ma charakter laminarny. Jeżeli przepływ w rurze utraci stateczność, co następuje np. wskutek wzrostu prędkości przepływu, wówczas zabarwiona struga cieczy rozprasza się i wypełnia całą objętość płynącej cieczy. Ruch ten nazywa się turbulentnym. Przytoczone doświadczenie było przeprowadzone po raz pierwszy przez *Reynoldsa*.

Reynolds eksperymentalnie ustalił, że zmiana charakteru ruchu cieczy w kanale wiąże się z wartością bezwymiarowej liczby (od jego nazwiska nazwano tę liczbę liczbą Reynoldsa)

$$Re = \frac{w_{\text{śr}} d_h}{\nu} \quad (3.15)$$

gdzie:

d_h – średnica hydrauliczna rury [m],

$w_{\text{śr}}$ – średnia prędkość przepływu płynu w rurze [m/s],

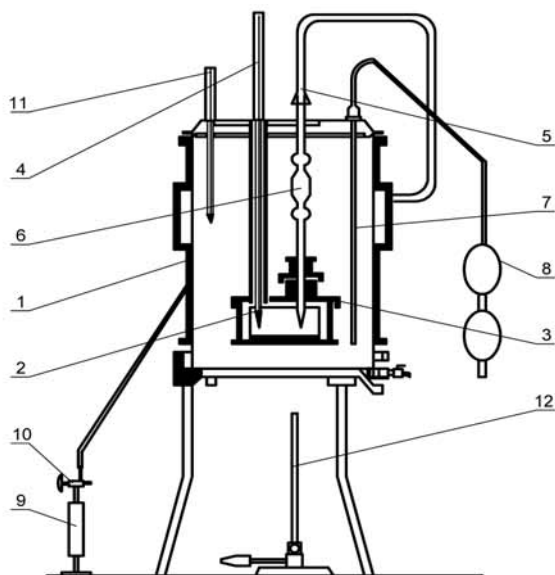
ν – lepkość kinematyczna [m²/s].

Reynolds wyznaczył wartość krytycznej liczby $Re_{kr} \approx 2300$, przy której ruch laminarny traci stateczność i przekształca się w ruch turbulentny. Utrata stateczności ruchu laminarnego wynika również z teoretycznego badania stateczności rozwiązań równań Naviera-Stokesa. Przepływ turbulentny charakteryzujący się występowaniem poprzecznych pulsacji prędkości różni się od przepływu laminarnego nie tylko pod względem ilościowym, ale i jakościowym [4,15].

3.2. Opis znanych metod badania lepkości dynamicznej płynów

3.2.1. Pomiar lepkości lepkościerzem Vogel-Ossagana

Lepkościerz Vogel-Ossagana należy do grupy lepkościerz kapilarnych wykorzystujących prawo Hagen-Poiseuille'a.



Rys. 3.6. Lepkościerz kapilarny Vogel-Ossaga [10]

Na (rys. 3.6) pokazano lepkościerz kapilarny Vogel-Ossaga, w skład którego wchodzi: termostat 1 z wzniciami, zamykany zbiornik 2 o pojemności 15 cm³ z gwintowaną pokrywą 3, wyposażoną w tulejki do zamocowania termometru 4 i kapilary 5 ze zbiornikiem 6, mieszadło powietrzne składające się z rurki 7 i pompki 8. Pompka 9 połączona przez zawór dwudrogowy 10 i przewód gumowy służy do napełniania kapilary badanym płynem, a termometr 11 wykorzystywany jest do pomiaru temperatury wody w termostacie.

W celu wykonania pomiaru lepkości należy napełnić zbiornik badanym płynem, zamocować termometr i kapilarę, a następnie za pomocą pompki 9 napełnić zbiornik 6 kapilary. Z kolei za pomocą palnika gazowego 12 lub innego źródła energii cieplnej ustala się żadaną wartość temperatury wody w termostacie. Pomiar rozpoczyna się

z chwilą wyrównania temperatur wody i badanej cieczy. Po stwierdzeniu stanu równowagi na podstawie wskazań termometrów 4 i 11 zdejmuje się wąż łączący pompkę z kapilarą, a następnie mierzy czas obniżania się poziomu cieczy między dwoma kreskami zaznaczonymi na kapilarze. Kinematyczny współczynnik lepkości oblicza się ze wzoru

$$v = k \cdot t \quad (3.16)$$

gdzie:

v – kinematyczny współczynnik lepkości,

k – stała przyrządu [cSt/s],

t – czas wypływu badanej cieczy [s].

Stałą przyrządu wyznacza się na podstawie pomiaru czasu wypływu t_w cieczy wzorcowej o znanej lepkości

$$k = \frac{v_w}{t_w} \quad (3.17)$$

Dynamiczny współczynnik lepkości badanej cieczy oblicza się ze wzoru

$$\eta_t = g_t \cdot k \cdot v \text{ [cP]} \quad (3.18)$$

gdzie: g_t – gęstość badanej cieczy w temperaturze t [10].

3.2.2. Pomiar lepkości lepkościomierzem Englera

Pomiar lepkości za pomocą lepkościomierza Englera (rys. 3.7) sprowadza się do pomiaru czasu wypływu 200 cm³ badanej cieczy. Lepkość względną wyrażoną w stopniach Englera określa wzór

$${}^{\circ}E = \frac{t}{k_E} \quad (3.19)$$

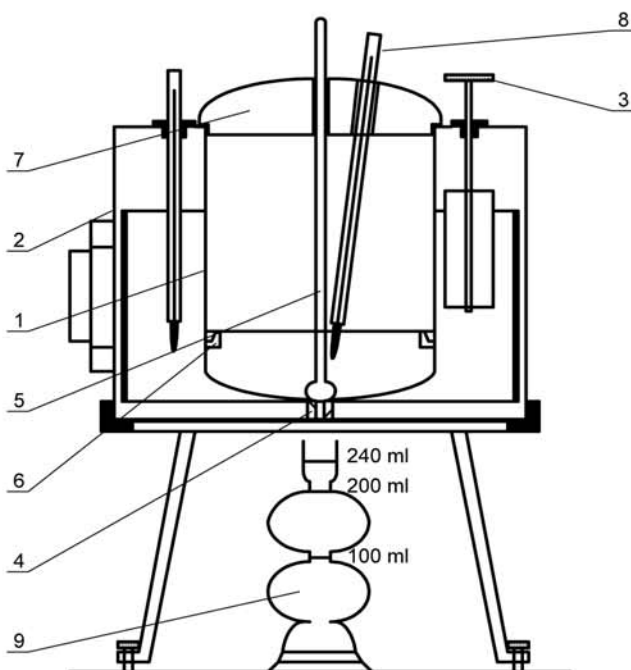
gdzie:

k_E – stała przyrządu,

t – czas wypływu badanej cieczy.

Stałą przyrządu stanowi najczęściej czas wypływu 200 cm³ wody destylowanej o temperaturze 20°C. W celu wyznaczenia stałej k_E należy do starannie odtłuszczonego naczynia wlać 240 cm³ wody destylowanej o temperaturze 20°C i zmierzyć czas wypływu 200 cm³. Pomiar należy wykonać kilkakrotnie. Wartość stałej k_E stanowi średnia arytmetyczna z otrzymanych wyników. Dla krajowych lepkościomierzy wartość stałej k_E wynosi 50-52 s.

Lepkościomierze Englera nie mogą być stosowane dla cieczy o zbyt dużych lepkościach. W przypadkach, gdy lepkość badanej cieczy jest tak duża, że zamiast wyciekać cienką strugą, zaczyna ona spływać kroplami, należy zastosować inną metodę pomiarową



Rys. 3.7. Lepkościomierz kapilarny Englera:

- 1 – naczynie pomiarowe, 2 – izolowana łaźnia wodna,
- 3 – mieszadło ręczne, 4 – kapilara, 5 – zawór kulowy,
- 6 – ostrzowe wskaźniki poziomu badanej cieczy, 7 – pokrywa przyrządu,
- 8 – termometr do pomiaru temperatury badanej cieczy,
- 9 – kolba miernicza

Lepkościomierz Englera może być stosowany jedynie do orientacyjnego wyznaczenia lepkości. W tym przypadku należy mierzyć czas wypływu mniejszej objętości cieczy do chwili, gdy jej strumień jest jeszcze ciągły. Wówczas w celu obliczenia właściwego czasu wypływu cieczy o objętości 200 cm³ należy:

- pomnożyć przez 2,329 czas wypływu 100 cm³,
- pomnożyć przez 4,967 czas wypływu 50 cm³,
- pomnożyć przez 12,85 czas wypływu 20 cm³.

Wartość tych współczynników jest słuszna dla cieczy o lepkości większej niż 10^oE.

3.2.3. Pomiar lepkości lepkościomierzem kulowym Höpplera

W tym przypadku miarą lepkości jest czas opadania kulki o określonej średnicy w rurce wypełnionej badaną cieczą. Zgodnie z prawem Stokesa prędkość opadania ciała stałego w płynie zależy od jego lepkości i określona jest wzorem

$$w = c \frac{g_1 - g_2}{\eta} \rho r^2 \quad (3.20)$$

gdzie:

- w – prędkość opadania,
- c – współczynnik oporu,
- g_1 – gęstość materiału kulki,
- g_2 – gęstość cieczy,
- ρ – przyspieszenie ziemskie,
- r – promień kulki,
- η – dynamiczny współczynnik lepkości.

Mnożąc obie strony równania przez czas t otrzymuje się po przekształceniach

$$\eta = \frac{c}{s} \rho r^2 (g_1 - g_2) \quad (3.21)$$

lub

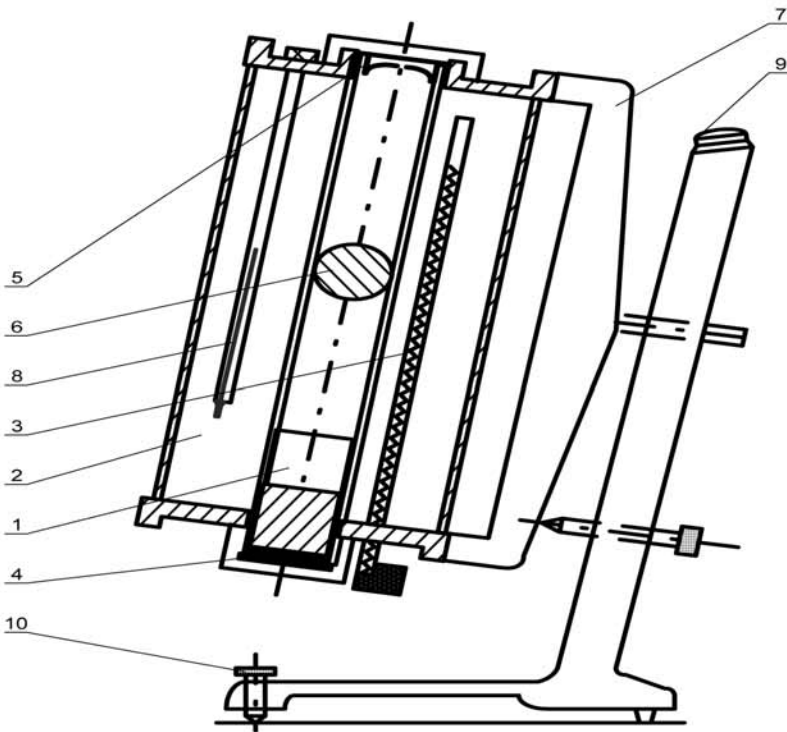
$$\eta = k (g_1 - g_2) t \quad (3.22)$$

gdzie:

$s = wt$ – droga opadania,

$k = \frac{c}{s} \rho r^2$ – stała przyrządu.

Ponieważ wzór (3.18) jest słuszny dla ruchu laminarnego, w lepkościomierzu z opadającą kulką wymaga się, aby prędkość opadania kulki była dostatecznie mała. Schemat lepkościomierza kulkowego konstrukcji Höpplera pokazano na rys. 8.



Rys. 3.8. Lepkościomierz kulkowy Höpplera [10]

Główną częścią lepkościomierza kulkowego jest rurka szklana 1 odchylona od pionu pod kątem 15° i umieszczona w łaźni 2 wyposażonej w grzejnik elektryczny 3. Takie położenie rurki umożliwia zmiany temperatury badanej cieczy. Rurka pomiarowa wyposażona jest w gwintowane pokrywy 4 i 5 umożliwiające napełnianie jej cieczą oraz wprowadzenie kul 6. Łaźnia z rurką jest zamocowana

do podstawy za pomocą przegubu 7 – takie zamocowanie umożliwia zmiany położenia kulki w rurce i dokładne wymieszanie badanej cieczy oraz cieczy wypełniającej łaźnię. Jest to szczególnie ważne, ponieważ pomiaru temperatury badanej cieczy dokonuje się poprzez pomiar temperatury cieczy w łaźni za pomocą termometru 8. Warunkiem prawidłowego pomiaru jest dokładne wypoziomowanie przyrządu, za pomocą wskaźnika poziomowania 9 i śrub 10. Lepkościomierz wyposażony jest w komplet kulek o różnej średnicy i gęstości, kulki dobiera się odpowiednio do przewidywanej wartości współczynnika lepkości dynamicznej cieczy badanej.

Zakres pomiarowy lepkości cieczy za pomocą tego aparatu jest bardzo duży i waha się od 0,01 cP do 10 000 P [8].

3.2.4. Pomiar lepkości dynamicznej lepkościomierzem rotacyjnym

W tego typu przyrządach miarą lepkości jest moment skręcający wywołany oporem płynu, w którym obraca się czujnik pomiarowy.

Głównymi elementami przyrządu pokazanego na rys. 9 są dwa współosiowe cylindry 1 i 2. Cylinder zewnętrzny napełniany badaną cieczą obraca się ze stałą prędkością kątową, przy czym ruch cylindra wywołuje silnik 3 przez przekładnię 4, moment obrotowy wywołany lepkością cieczy i działający na wewnętrzny cylinder jest równoważony siłą ciężkości odważnika umieszczonego na szalce 5, która przymocowana jest za pomocą nici do tarczy 6. Wielkość momentu skręcającego M_c przenoszonego przez ciecz określa wzór

$$M_c = k\eta\omega \quad (3.23)$$

gdzie:

ω – prędkość kątowa walca,

η – dynamiczny współczynnik lepkości,

k – stała przyrządu.

Moment M_c jest równoważony przez moment siły ciężkości odważnika M_g

$$M_g = m\rho \quad (3.24)$$

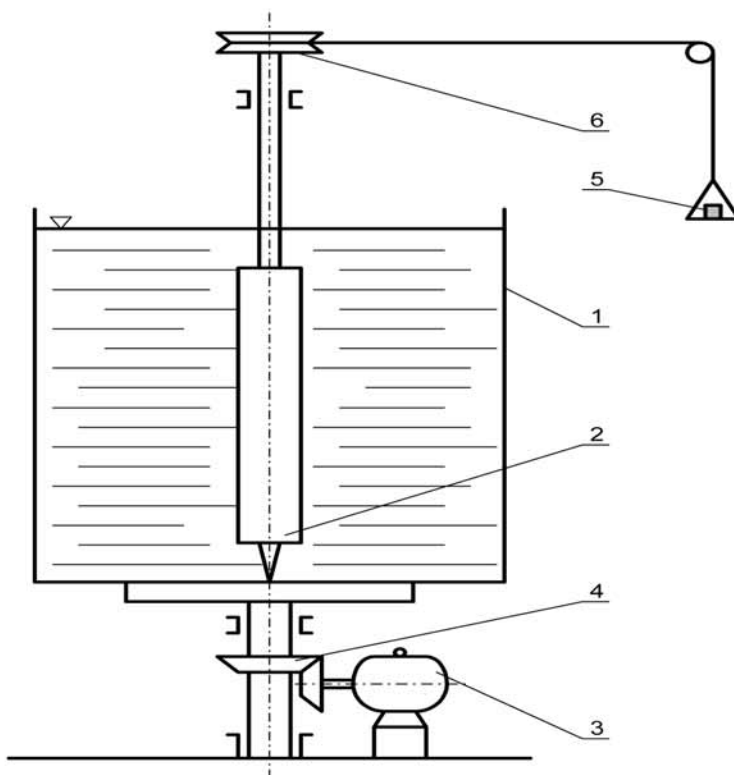
gdzie:

m – masa odważnika,

r – promień tarczy.

stąd otrzymujemy wzór na dynamiczny współczynnik lepkości

$$\eta = \frac{mr\rho}{k\omega} \quad (3.25)$$



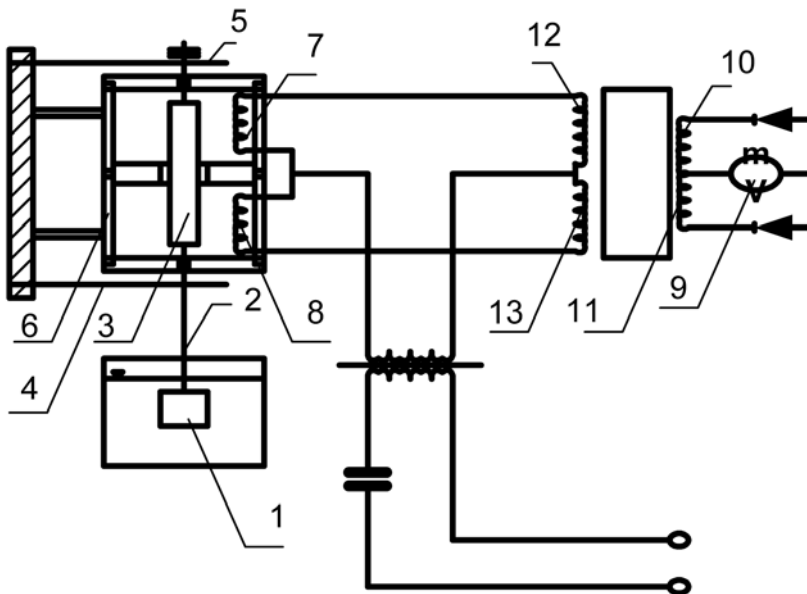
Rys. 3.9. Lepkościomierz rotacyjny z wirującym cylindrem

3.2.5. Pomiar lepkości lepkościomierzem wibracyjnym

W lepkościomierzach wibracyjnych miarą lepkości jest czas konieczny do zmniejszenia amplitudy wahań czujnika pomiarowego zanurzonego w bada-

nej cieczy. Schemat elektrycznego lepkościomierza wibracyjnego przedstawi (rys. 3.10). Czujnik 1 lepkościomierza wibracyjnego przymocowany jest za pomocą trzpienia 2 do rdzenia 3 wykonanego z miękkiej stali. Rdzeń zawieszony na taśmach 4 i 5, umieszczony jest w układzie elektromagnetycznym złożonym ze stałego magnesu 6 oraz cewek 7 i 8. Cewki są tak połączone, że powstające przy przepływie prądu zmienne pole magnetyczne nakłada się na pole magnesu stałego. W rezultacie rdzeń wraz z czujnikiem wykonuje pionowe ruchy drgające. Amplituda drgań wymuszonych zależy od strat energii drgającego układu, tzn. od lepkości cieczy, odkształcenia sprężystych taśm oraz sił tarcia. Dwie ostatnie wielkości są dla przyrządu stałe, tworząc charakterystykę przyrządu, zatem amplituda drgań jest funkcją lepkości badanej cieczy. Drgania rdzenia lepkościomierza przetworzone zostają na prąd elektryczny, którego napięcie mierzone za pomocą miliwoltomierza 9 jest funkcją lepkości. Przetwarzanie drgań uzyskuje się za pomocą cewek 10 i 11, zasilanych przez zwoje 12 i 13 transformatora różnicowego.

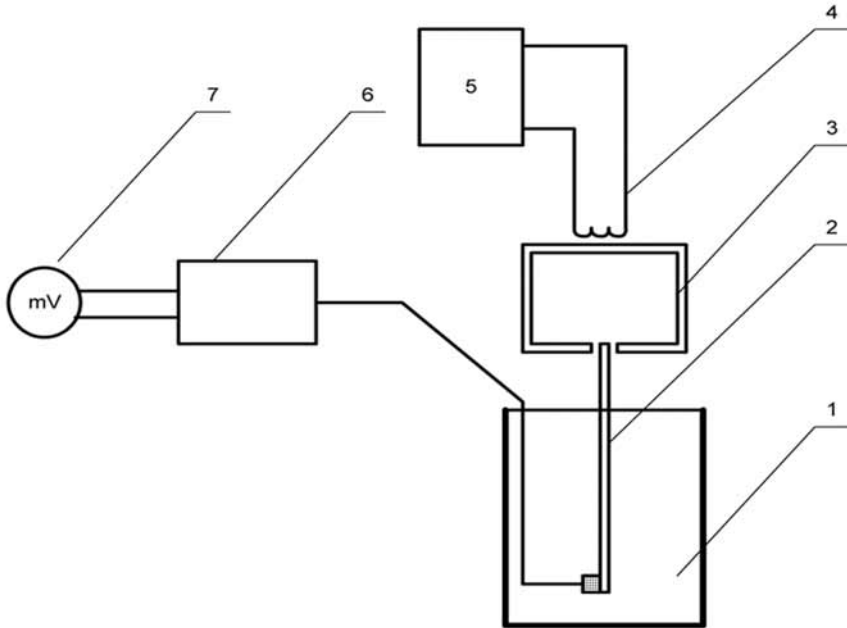
Charakterystykę przyrządu wyznacza się przez badanie cieczy wzorcowej o znanej lepkości.



Rys. 3.10. Lepkościomierz wibracyjny

3.2.6. Pomiar lepkości lepkościomierzem ultradźwiękowym

Lepkościomierz ultradźwiękowy wykorzystuje zjawisko tłumienia fal amplitudy swobodnych drgań ciała. Ilościowy przebieg tego zjawiska zależy od tarcia wewnętrznego cieczy, którego miarą jest lepkość.



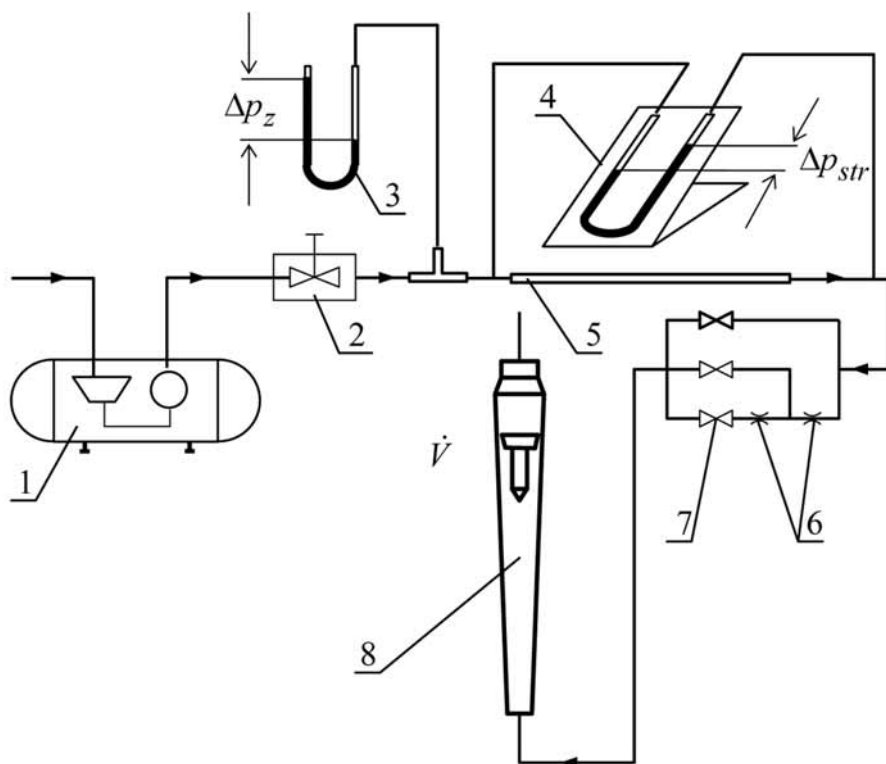
Rys. 3.11. Lepkościomierz ultradźwiękowy [10]

Schemat lepkościomierza ultradźwiękowego pokazano na rys. 3.11. Czujnikiem lepkościomierza jest element piezoelektryczny 1 umieszczony na tworniku 2 elektromagnesu 3. Uzwojenie wzbudzenia elektromagnetycznego 4 zasilane jest przez generator dużej częstotliwości 5. Płytki 1 drgając wraz z twornikiem indukują na powierzchni zmienne napięcie, którego wartość zależy od amplitudy drgań. Gdy lepkość cieczy rośnie, maleje amplituda drgań powodując zmniejszenie różnicy potencjałów pomiędzy powierzchniami płytki. Zmiany napięcia, które są funkcją lepkości, we wzmacniaczu 6 zostają wzmocnione i mierzone są za pomocą miliwoltomierza 7, który wycechowany jest w jednostkach lepkości. Zakres pomiarowy lepkościomierzy ultradźwiękowych wynosi $1 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^2$ Pa·s.

3.3. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie współczynnika lepkości dynamicznej powietrza w kanale o przekroju kołowym wykorzystując prawo Hageny-Poiseuille'a.

Schemat stanowiska pomiarowego, pozwalającego wyznaczyć lepkość dynamiczną powietrza przedstawiono na rys. 3.12.



Rys. 3.12. Schemat stanowiska pomiarowego, 1 – zespół sprężarkowy (sprężarka tłokowa, filtr ssawny, zbiornik ciśnieniowy), 2 – reduktor ciśnienia, 3 – wodny zawór bezpieczeństwa, 4 – mikromanometr uchylny, 5 – kapilara, 6 – dławiki liniowe, 7 – zawory odcinające, 8 – rotametr.

Powietrze zasysane jest z otoczenia poprzez filtr ssawny zespołu sprężarki 1, sprężane w sprężarce tłokowej i tłoczone do zbiornika ciśnieniowego aż do ustalenia się odpowiedniego ciśnienia w zbiorniku.

Reduktor ciśnienia 2 umożliwia ustawienie odpowiedniego ciśnienia a dzięki konstrukcji stanowiska pozwala to również na ustawienie odpowiedniego strumienia masy. Wodny zawór bezpieczeństwa 3, umieszczony pomiędzy reduktorem ciśnienia 2, a początkiem kapilary 5, zabezpiecza układ przed nadmiernym wzrostem ciśnienia w instalacji stanowiska. Przekroczenie granicznej wartości ciśnienia powoduje wyrzucenie wody z manometru U-rurki i natychmiastowe rozładowanie ciśnienia do atmosfery. Sprężone powietrze płynie kapilarą 5, która umieszczona jest w osłonie zapewniającej brak wymiany ciepła z otoczeniem, czyli adiabatyczność przepływu. Spadek ciśnienia wywołany przepływem w pomiarowym odcinku kapilary mierzony jest przy pomocy mikromanometru uchylonego 4. Za kapilarą 5 przepływ powietrza regulowany jest odpowiednim ustawieniem zaworów 7 oraz dławikami liniowymi 6. Wartość strumienia objętości powietrza przepływającego przez kapilarę (dla temperatury otoczenia i ciśnienia atmosferycznego) mierzona jest rotametrem 8.

W trakcie ćwiczenia należy wyznaczyć wartość lepkości dynamicznej powietrza. Wyznamy ją dla różnych wartości ciśnienia powietrza przed kapilarą ze wzoru (3.11)

$$\eta = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^4 \Delta p}{8VL}$$

gdzie:

$\Delta p = \Delta p_{str}$ – jest to strata ciśnienia na odcinku pomiarowym kapilary, mierzona różnicą wysokości słupów cieczy mikromanometru uchylonego 4, wyznaczona z zależności

$$\Delta p_{str} = \frac{1}{i} \Delta h_m \rho_{cm} g \tag{3.26}$$

gdzie

i – przełożenie mikromanometru,

Δh_m – różnica wysokości słupów cieczy manometrycznej w mikromanometrze w [m],

ρ_{cm} – gęstość cieczy manometrycznej ($\rho_{cm} = 810 \text{ kg/m}^3$),

g – przyspieszenie ziemskie.

Strumień masy powietrza płynącego przez kapilarę wynika ze zmierzonego rotametrem 8 strumienia objętości \dot{V} . Po uwzględnieniu gęstości powietrza w warunkach pomiaru strumienia objętości tj. w warunkach otoczenia, strumień masy powietrza określa wzór

$$\dot{m} = \rho_a \dot{V} \quad (3.27)$$

gdzie

ρ_a – gęstość przepływającego powietrza, którą należy wyznaczyć z równania Clapeyrona

$$\rho_a = \frac{p_z}{RT} \quad (3.28)$$

w którym

T – temperatura przepływającego powietrza, którą przyjmujemy równą temperaturze otoczenia [$^{\circ}K$],

$$R = 287 \left[\frac{J}{kg \cdot ^{\circ}K} \right] \text{ – stała gazowa powietrza,}$$

p_z – ciśnienie powietrza przed kapilarą, którego wartość wynika z wysokości słupa wody w zaworze bezpieczeństwa i ciśnienia otoczenia

$$p_z = p_a + \Delta h_w \cdot \rho_w \cdot g \quad (3.29)$$

gdzie

p_a – ciśnienie otoczenia [Pa],

ρ_w – gęstość wody, $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$,

g – przyspieszenie ziemskie, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$,

Δh_w – różnica wysokości słupów wody w manometrze 3 w [m].

Uwzględniając powyższe, wzór (3.11) na wyznaczenie lepkości dynamicznej powietrza możemy zapisać następująco

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p_{str} \rho_a}{8 \dot{m} L} \quad (3.30)$$

gdzie:

d – średnica kapilary w [m]

L – długość kapilary w [m]

3.3.1. Przebieg ćwiczenia

W celu wykonania ćwiczenia należy wykonać następujące czynności:

- 1 – co najmniej pół godziny przed wykonaniem pomiarów należy naładować zbiornik ciśnieniowy sprężonym powietrzem.
- 2 – wykonać pomiary przy takim ustawieniu zaworów 7, aby przepływ powietrza odbywał się przez obydwie dławiki 6.
- 3 – reduktorem ciśnienia 2, zmieniać strumień objętości przepływającego powietrza i dla każdego przepływu, odczytać wartości różnic wysokości słupów wody Δh_w w zaworze bezpieczeństwa 3 i cieczy manometrycznej Δh_m w mikromanometrze 4.
- 4 – wyniki pomiarów zapisać w tabeli 1.

Tabela nr 1. Wyniki pomiarów i obliczeń

L.p.	\dot{V}_r	\dot{V}	Δh_w	Δh_m	\dot{m}	p_z	Δp_{str}	ρ_a	η
	$\left[\frac{l}{h}\right]$	$\left[\frac{m^3}{s}\right]$	[m]	[m]	$\left[\frac{kg}{s}\right]$	[Pa]	[Pa]	$\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	$\left[\frac{kg}{ms}\right]$
1									
2									
3									
⋮									
⋮									
$p_a = \dots [Pa] \quad T = \dots [^\circ K] \quad i = \dots$									

Pytania kontrolne

1. Podać definicję lepkości płynu.
2. Opisać model Newtona przepływu cieczy lepkiej.
3. Zależność lepkości cieczy i gazów od temperatury.
4. Równanie Hagen-Poiseuille'a.
5. Metody pomiaru lepkości dynamicznej płynów.
6. Charakterystyka przepływu Hagen-Poiseuille'a w kanale o przekroju kołowym.

ROZDZIAŁ 4

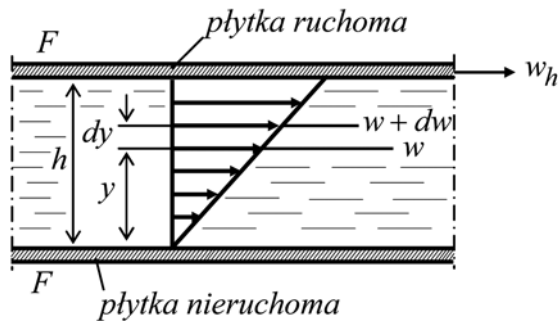
4. WYZNACZANIE PRĘDKOŚCI ŚREDNIEJ W KANALE

4.1. Podstawy teoretyczne

4.1.1. Dynamika płynu rzeczywistego. Prawo tarcia Newtona

Ciecze i gazy w mechanice płynów noszą nazwę płynów. Płyny rzeczywiste (newtonowskie) w odróżnieniu od płynów doskonałych charakteryzują się lepkością i ściśliwością. Zjawisko lepkości można wyjaśnić następującym doświadczeniem.

Dwie równoległe płytki, bardzo długie o jednakowych powierzchniach F , rozdziela cienka warstwa płynu o grubości h , w której panuje stałe ciśnienie.



Rys. 4.1. Schemat do definicji lepkości

Płytką dolną jest nieruchoma, natomiast górną porusza się równoległe do niej z prędkością w_h . Siły adhezji występujące w płynie powodują, że elementy płynu przylegające do płytek przywierają do nich i poruszają się z prędkościami takimi jak płytki.

Jeżeli założymy, że w warstwie płynu pomiędzy płytkami prędkość zmienia się liniowo, to prędkość w dowolnej odległości y od ścianki wynosi

$$w = \frac{y}{h} \cdot w_h \quad (4.1)$$

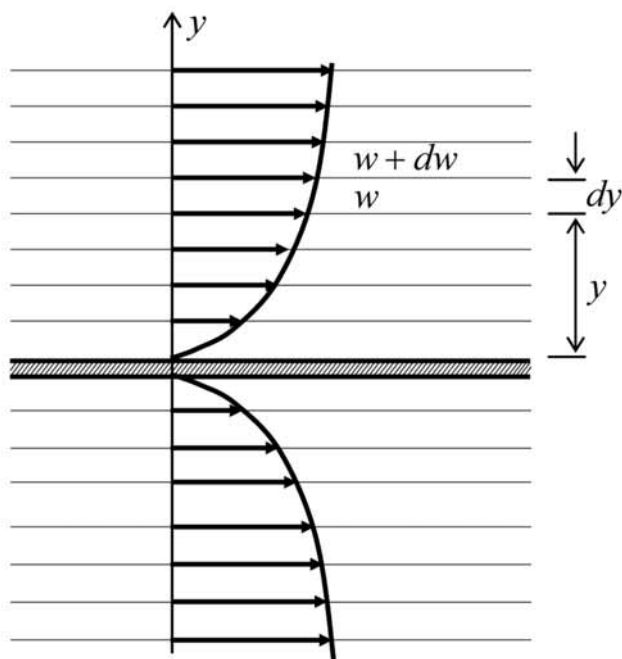
Utrzymanie stałej prędkości górnej płytki wymaga przyłożenia do niej siły stycznej w kierunku ruchu, równoważącej siły tarcia płynu. Doświadczalnie ustalono, że siła ta jest wprost proporcjonalna do prędkości górnej płytki w_h oraz powierzchni płytki F , a odwrotnie proporcjonalna do odległości między płytkami h .

$$T = \mu \cdot \frac{w_h}{h} \cdot F \quad (4.2)$$

gdzie: μ – współczynnik proporcjonalności, zależny od rodzaju płynu, nosi on nazwę *dynamicznego współczynnika lepkości płynu*.

Wprowadzając, tak jak w wytrzymałości materiałów pojęcie naprężeń stycznych otrzymujemy

$$\tau = \frac{T}{F} = \mu \cdot \frac{w_h}{h} \quad (4.3)$$



Rys. 4.2. Przepływ płynu lepkiego wzdłuż nieskończenie długiej nieruchomej płytki

W przypadku nieliniowego rozkładu prędkości w płynie (rys. 4.2.), należy rozpatrzeć warstewkę cieczy o nieskończonej małej grubości dy , w której prędkość w kierunku y zmienia się od wartości w do $w + dw$.

Naprężenia styczne wyrażą się wówczas wzorem

$$\tau = \mu \cdot \frac{dw}{dy} \quad (4.4)$$

gdzie $\frac{dw}{dy}$ – nazywamy gradientem prędkości.

Wyrażenie (4.4) nosi nazwę *prawa tarcia Newtona*.

4.1.2. Równanie Bernoulliego dla płynu rzeczywistego

Równanie Bernoulliego dla płynu doskonałego charakteryzuje się tym, że energia strumienia wzdłuż dowolnej linii prądu jest stała. Inaczej jest dla płynu rzeczywistego posiadającego lepkość. Powoduje ona pojawienie się w trakcie ruchu płynu tarcia, tzn., że część energii tego płynu ulega zamianie na inną postać (ciepło, dźwięk), a więc z punktu widzenia mechanicznego jest energią straconą.

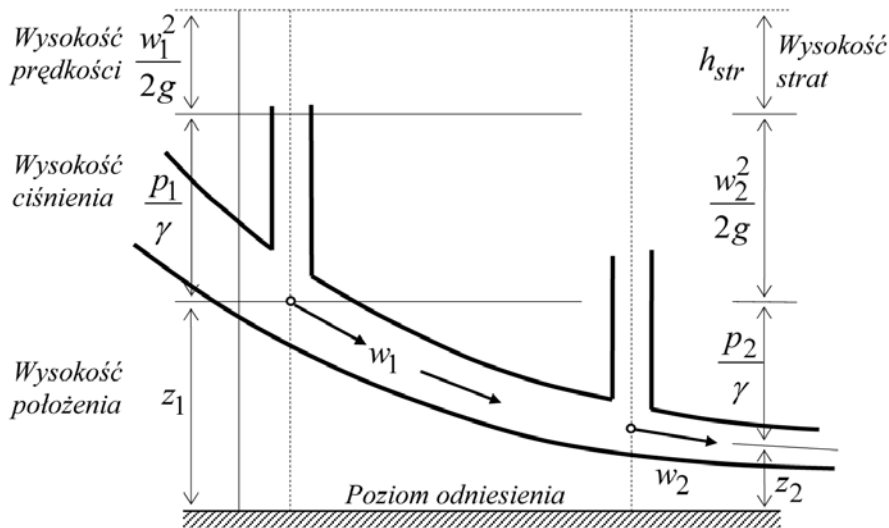
Tak więc suma wysokości prędkości, wysokości ciśnienia i wysokości położenia nie będzie stała, jak dla płynu doskonałego, ale będzie malała w kierunku przepływu, co zilustrowano na rys. 4.3. Spadek ten można przedstawić jako sumę wysokości strat.

Równanie Bernoulliego dla strugi cieczy zapisane w postaci

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{const} = E \quad (4.5)$$

oznacza, że każdy wyraz tego równania ma wymiar długości.

Wyraz oznacza wzniesienie punktu linii prądu (strugi) ponad pewien poziom odniesienia, nazywamy go *wysokością położenia*.



Rys. 4.3. Interpretacja geometryczna równania Bernpulliego dla cieczy rzeczywistej

Wyraz $\frac{p}{\gamma}$, oznacza ciśnienie panujące w danym punkcie linii prądu (strugi) wyrażone w wysokości słupa cieczy, nazywamy go *wysokością ciśnienia*.

Wyraz $\frac{w^2}{2g}$ znany z fizyki jako wysokość na jaką należy podnieść swobodnie spadające ciało, aby na poziomie odniesienia uzyskało prędkość w .

Wyraz ten nazywamy *wysokością prędkości*.

Równanie Bernoulliego możemy więc wyrazić w sposób następujący:

Suma wysokości położenia, wysokości ciśnienia, i wysokości prędkości dla każdego punktu linii prądu (czy przekroju strugi) cieczy doskonałej, znajdującej się w ruchu pod działaniem wyłącznie siły ciężenia jako siły masowej jest wielkością stałą.

Równanie Bernoulliego dla płynu doskonałego można rozszerzyć na płyn rzeczywisty przez uwzględnienie wysokości strat na odcinku 1-2

$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \text{const} = E$, nie precyzując na razie wielkości tych strat.

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_{str} \quad (4.6)$$

Równanie to ma zastosowanie tylko dla strugi płynu o tak małym przekroju poprzecznym, że prędkość jest taka sama w każdym punkcie tego przekroju.

W zastosowaniach technicznych równanie to przyjmuje się czasami nawet dla dużych przekrojów poprzecznych (np. przy przepływie wody w przewodach rurowych i kanałach).

Wówczas trzeba przyjmować jako w i p wartości średnie prędkości i ciśnienia w_{sr} i p_{sr} , a jako geometryczną wysokość odległość środka ciężkości przekroju poprzecznego od pewnego określonego dowolnie poziomu odniesienia.

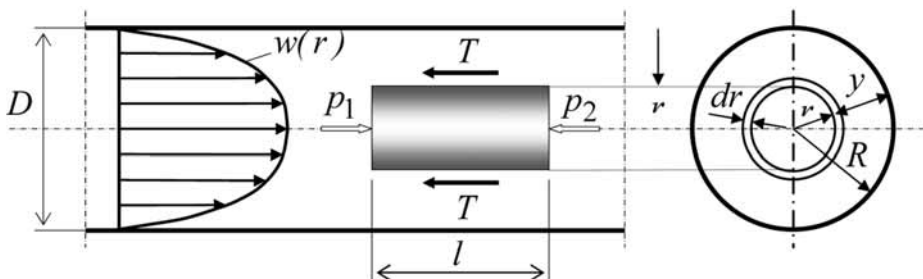
4.1.3. Rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przewodu przy ruchu laminarnym

Rozwiązanie ściśle określające rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przepływającego płynu lepkiego poruszającego się ruchem laminarnym w przewodzie o stałej średnicy na całej długości, wyprowadzili niezależnie od siebie G.H. Hagen i J.L. Poiseuill.

Ruch cieczy w przewodzie powstaje w wyniku spadku ciśnienia w kierunku osi przewodu. Wartości tego ciśnienia przyjmujemy za jednakowe we wszystkich punktach przekroju poprzecznego.

Rozpatrzmy strumień płynu poruszający się w prostym przewodzie o stałym przekroju. Z maksymalną prędkością poruszają się cząstki, które znajdują się w osi przewodu. Prędkość równą zero posiadają natomiast cząstki znajdujące się bezpośrednio przy ścianie, gdyż na skutek działania adhezji elementy płynu przylegają do ścianki. Zakładamy, że prędkości elementów płynu znajdującego się na obwodzie cylindra współśrodkowego z osią przewodu i odległego od niej o r

będą jednakowe. Naprężenia styczne, występujące pomiędzy warstwami płynu są proporcjonalne do gradientu prędkości $\frac{dw}{dr}$.



Rys. 4.4. Schemat do wyznaczenia rozkładu prędkości dla przepływu laminarnego

Zapiszemy równania równowagi dla wyodrębnionego z płynu, walca o promieniu r i długości l (rys. 4.4.)

Siła, wynikająca z różnicy ciśnień działających na podstawy wyodrębnionego walca

$$(p_1 - p_2) \pi r^2$$

Siła styczna, działająca na pobocznice walca

$$2\pi r l \tau$$

gdzie τ – naprężenia styczne, które wyznaczamy z prawa tarcia Newtona

$$\tau = -\mu \frac{dw}{dr}$$

Znak minus wprowadzamy dlatego, że dla wzrastającej wartości promienia r prędkość maleje i na odwrót.

Równanie równowagi sił działających na wyodrębniony walec na kierunek osi przewodu

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 + 2\pi r l \mu \frac{dw}{dr} = 0$$

Po przekształceniach

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2l\mu} \quad (4.7)$$

Całkując wyrażenie (4.7) otrzymujemy

$$w = -\frac{p_1 - p_2}{2l\mu} \frac{r^2}{2} + c \quad (4.8)$$

stałą c wyznaczamy z warunku brzegowego

$$w(r = R) = 0$$

czyli

$$c = \frac{p_1 - p_2}{4l\mu} R^2$$

Równanie wyrażające rozkład prędkości w przekroju poprzecznym strumienia poruszającego się ruchem laminarnym w przewodzie o przekroju kołowym przyjmie postać,

$$w = \frac{p_1 - p_2}{4l\mu} (R^2 - r^2) \quad (4.9)$$

jest to równanie paraboloidy obrotowej. Maksymalna prędkość występuje przy $r = 0$ i wynosi

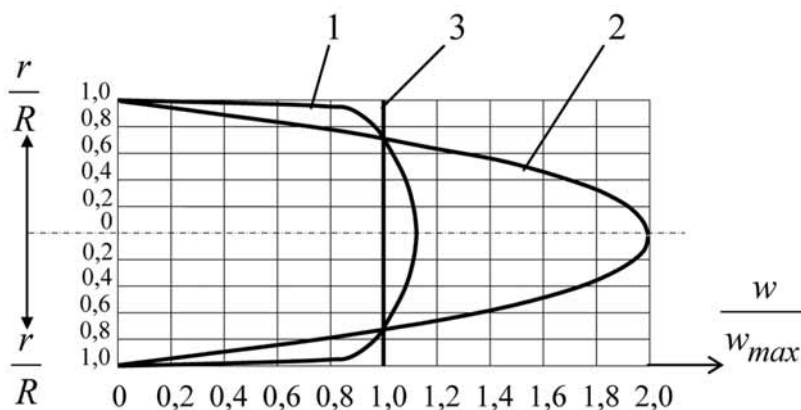
$$w_{\max} = \frac{p_1 - p_2}{4l\mu} R^2 \quad (4.10)$$

4.1.4. Rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przewodu przy ruchu turbulentnym

Przepływ turbulentny występuje w większości przepływów technicznych i różni się od przepływu laminarnego tym, że elementy płynu poruszają się ruchem nieuporządkowanym w dowolnym kierunku. Bardzo złożony charakter tego ruchu powoduje, że jego ścisłe ujęcie jest trudne. Nie opracowano dotychczas ogólnej ścisłej teorii tego ruchu. Parametry jego ustalane są zazwyczaj doświadczalnie.

Pomiary rozkładów prędkości w rurach gładkich dla liczb Reynoldsa $4 \cdot 10^3 < Re < 3,2 \cdot 10^6$ badali między innymi Nikuradse i Stanton. Dla pewnych, ustalonych wartości liczb Reynoldsa rysowano wykresy, w których na osi rzędnych nanoszono bezwymiarowe prędkości w/w_{max} , a na osi odciętych bezwymiarowe odległości $R - r/R$.

Na rys. 4.5 podany jest rozkład prędkości w przekroju poprzecznym przewodu rurowego o promieniu R przy przepływie laminarnym i turbulentnym w przypadku jednakowych prędkości średnich i wydatków.



Rys. 4.5. Rozkład prędkości w przekroju poprzecznym:

1 – dla ruchu turbulentnego, 2 – dla ruchu laminarnego, 3 – prędkość średnia

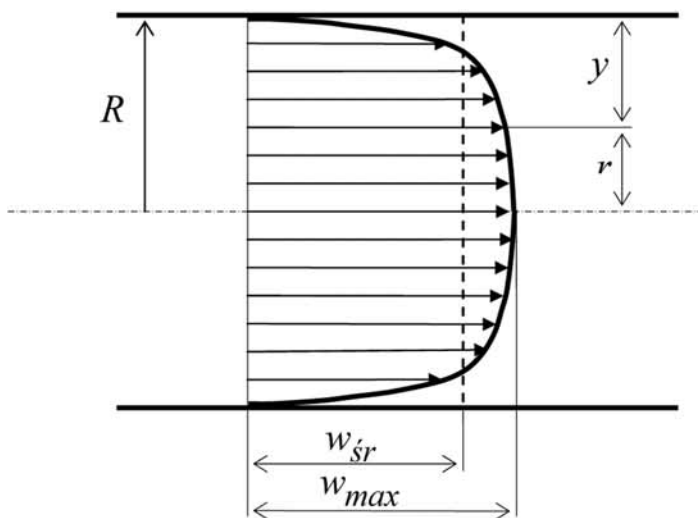
Doświadczalnie otrzymany wynik ostatecznego rozkładu prędkości w kanale w ruchu turbulentnym można aproksymować różnymi równaniami. Najczęściej stosowane jest proste równanie potęgowe Prandtla.

$$w = w_{max} \left(\frac{y}{R} \right)^{\frac{1}{n}} = w_{max} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.11)$$

gdzie:

w, w_{max}, y, r, R – oznaczenia zgodne z rys. 4.7.

$\frac{1}{n}$ – doświadczalny wykładnik potęgowy będący funkcją liczby Reynoldsa i chropowatości ścian kanału, zawarty w granicach $\frac{1}{4} \div \frac{1}{10}$.



Rys. 4.6. Rozkład prędkości w ostatecznie uformowanym przepływie turbulentnym

Wpływ turbulencji na profil prędkości zależy od liczby Reynoldsa: im większa wartość liczby Re , tym silniejsze są makropulsacje i tym bardziej wyrównany, (płaski) staje się poprzeczny rozkład prędkości w kanale (rys. 4.6).

Ostateczny profil prędkości w ruchu turbulentnym, określony doświadczalnie, jest wyraźnie spłaszczony. To wyrównanie prędkości jest wynikiem pulsacji makroskopowych w przepływie, stanowiących istotę ruchu turbulentnego. Biorą w nim udział nie tylko pojedyncze cząstki płynu, lecz całe „komórki”, przemieszczające się chaotycznie ze składowymi promieniowymi. Dzięki temu następuje intensywne wymiana masy i pędu w przepływie, również w kierunku promieniowym i uśrednienie rozkładu energii, a więc i prędkości.

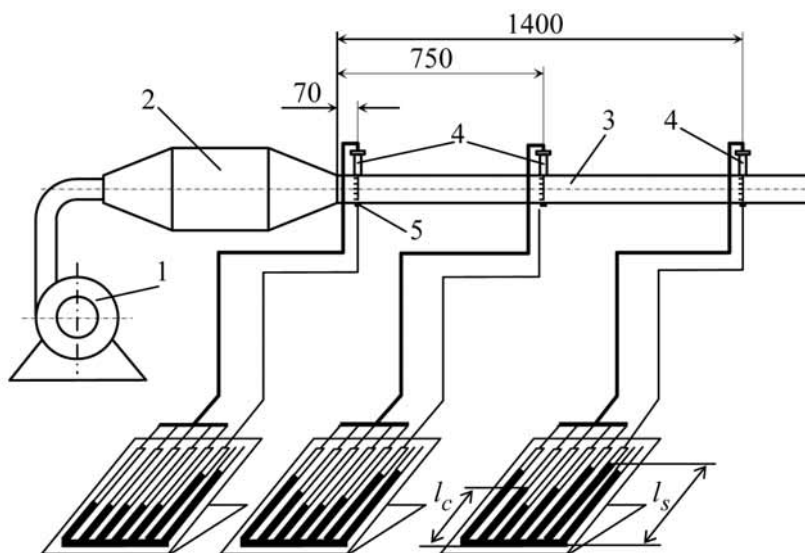
Obraz przepływu zmienia się znacznie w pobliżu ścian przewodu, gdyż ich obecność wyklucza możliwość wystąpienia makropulsacji w kierunku promieniowym. Skutkiem tego, tuż przy ściankach kanału istnieje cienka warstwa o przepływie laminarnym, nazywana podwarstwą laminarną, w której rozkład prędkości jest w przybliżeniu liniowy. Nieco dalej od ścianek kanału można wyodrębnić warstwę pośrednią, w której można zauważyć już wpływ pulsacji turbulentnych. Ze względu na niewielką grubość tej warstwy, w niej również można założyć rozkład liniowy.

4.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest poznanie przebiegu formowania się rozkładu prędkości podczas przepływu turbulentnego w przewodzie o przekroju stałym. Po doświadczalnym wyznaczeniu rozkładu prędkości należy porównać go z rozkładem potęgowym Prandtla. Otrzymany doświadczalnie rozkład prędkości posłuży również do obliczenia średniej wartości prędkości przepływu czynnika w kanale zamkniętym.

4.2.1. Stanowisko do wyznaczania rozkładu profilu prędkości

Ćwiczenie to dotyczy formowania się profilu prędkości w rurociągu o stałej średnicy w warunkach ruchu turbulentnego, gdyż szacunkowa wartość liczby Reynoldsa w przepływie podczas doświadczenia wynosi kilkadziesiąt tysięcy, a więc jest znacznie większa od wartości krytycznej, przy której może istnieć przepływ laminarny. Dokładną wartość liczby Reynoldsa obliczymy po wyznaczeniu rzeczywistej wartości prędkości średniej.



Rys. 4.7. Schemat stanowiska badawczego:

1 – wentylator, 2 – tunelik aerodynamiczny, 3 – kanał pomiarowy, 4 – sonda grzebieniovowa, 5 – króciec do pomiaru ciśnienia statycznego, 5 – mikromanometr pochyły

Schemat stanowiska do wyznaczenia rozkładu profilu prędkości przedstawiony jest na rys. 4.7. Wentylator 1, napędzany silnikiem elektrycznym jednofazowym zasysa powietrze z otoczenia i tłoczy je poprzez tunelik aerodynamiczny 2, do rurociągu 3. W rurociągu tym, którego średnica $D = 60$ mm umieszczono sondy 4, do wyznaczenia profilu prędkości w kanale. Są to pięcioczułkowe sondy grzebieniowe mierzące ciśnienie całkowite na wybranych promieniach rurociągu. Punkty pomiaru ciśnień połączone są przewodami impulsowymi z trzema mikromanometrami pochylnymi mierzącymi rozkład ciśnień w trzech różnych przekrojach kanału, odległych od wlotu do kanału o 70, 750 i 1400 mm.

Powietrze wpływa do rurociągu doświadczalnego 3 ze starannie wyprofilowanej dyszy tunelika aerodynamicznego 2, której celem jest uformowanie jak najbardziej jednorodnego strumienia, o płaskim, wyrównanym profilu prędkości.

Na skutek oddziaływania sił stycznych pomiędzy ściankami kanału i płynem wzdłuż drogi przepływu zaczyna się tworzyć stopniowo profil prędkości w przekroju poprzecznym. W przypadku ruchu laminarnego profil ten zbliżony jest do rozkładu parabolicznego z maksimum prędkości w osi kanału.

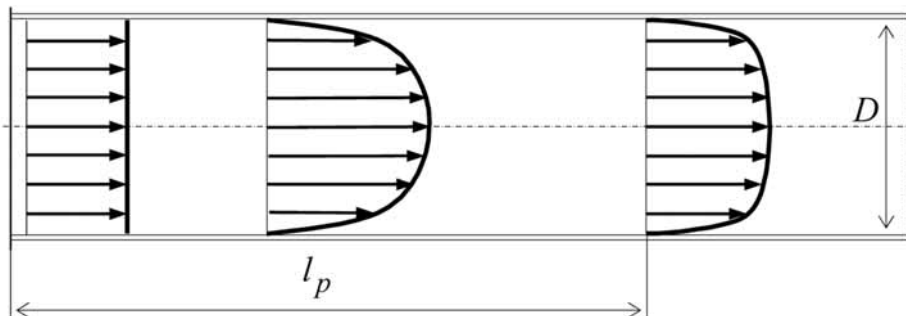
Dla ruchu turbulentnego, który stanowi ogromną większość przypadków w zagadnieniach technicznych, ostateczny rozkład prędkości w przekroju jest bardziej płaski.

Intensywność formowania się rozkładu prędkości jest duża na początku kanału i maleje wzdłuż drogi przepływu, zanikając teoretycznie po nieskończonej długości odcinka.

W praktyce można przyjąć, że na odcinku o długości $(40-50) D$ profil prędkości w przekroju poprzecznym nie zmienia się i taka długość rurociągu nazywa się *odcinkiem początkowym kanału*.

Ostateczny profil prędkości w ruchu turbulentnym, określony doświadczalnie w ostatnim, najbardziej odległym od wlotu odcinku kanału, jest wyraźnie spłaszczony. To wyrównanie prędkości jest wynikiem pulsacji makroskopowych w przepływie, stanowiących istotę ruchu turbulentnego. Wskutek intensywnej wymiany masy i pędu również w kierunku promieniowym następuje uśrednienie rozkładu energii a więc i prędkości. Wpływ turbulencji na profil prędkości

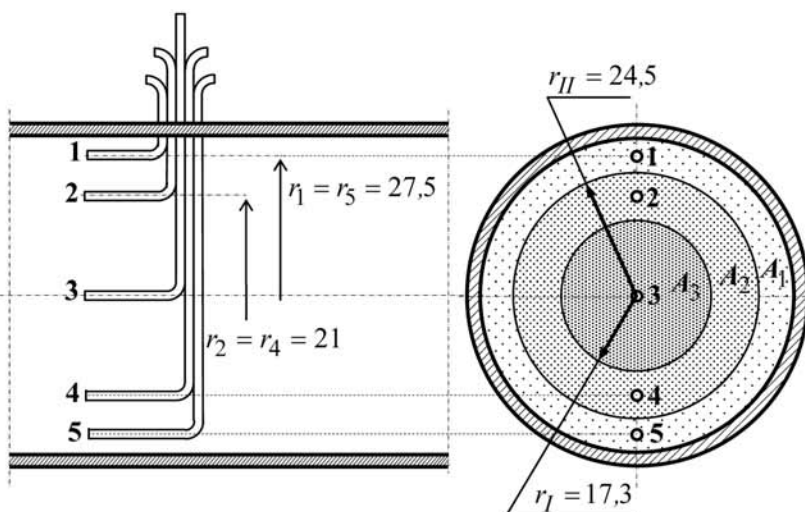
zależy od liczby Reynoldsa: im większa wartość liczby Re , tym silniejsze są makropulsacje i tym bardziej wyrównany, (płaski) staje się poprzeczny rozkład prędkości w kanale.



Rys. 4.8. Formowanie się rozkładu prędkości w rurociągu

4.2.1.1. Wyznaczenie prędkości średniej na podstawie prędkości otrzymanych z sondy grzebieniowej

Sonda grzebieniowa 4 przedstawiona na rys. 4.9 składa się z pięciu niezależnych sond Pitota, mierzących ciśnienie całkowite (spiętrzenia).



Rys. 4.9. Rozmieszczenie sondy grzebieniowej w przekroju

Czułka środkowa 3, mierząca prędkość maksymalną przekroju znajduje się w osi kanału, zaś czułki nr 1 i 5 oraz 2 i 4 znajdują się na promieniach będących średnimi geometrycznymi promieniami trzech pól współśrodkowych o jednakowych powierzchniach: A_1 – w której znajdują się czułki 1 i 5, A_2 – w której znajdują się czułki 2 i 4, oraz powierzchnia A_3 – w której znajduje się czułka 3.

Czułka środkowa 3, mierząca prędkość maksymalną przekroju znajduje się w osi kanału, zaś czułki nr 1 i 5 oraz 2 i 4 znajdują się na promieniach będących średnimi geometrycznymi promieniami trzech pól współśrodkowych o jednakowych powierzchniach: A_1 – w której znajdują się czułki 1 i 5, A_2 – w której znajdują się czułki 2 i 4, oraz powierzchnia A_3 – w której znajduje się czułka 3.

Oznaczając prędkości mierzone przez poszczególne czułki indeksami związanymi z położeniem czułki w kanale, a więc w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 można obliczyć strumień objętości ze wzoru:

$$\dot{V} = \pi R^2 w_{sr} = A_1 \left(\frac{w_1 + w_5}{2} \right) + A_2 \left(\frac{w_2 + w_4}{2} \right) + A_3 w_3 \quad (4.12)$$

ponieważ

$$A_1 = A_2 = A_3 = \frac{1}{3} \pi R^2$$

oraz uwzględniając (4.12) wzór na prędkość średnią w przekroju wynosi

$$w_{sr} = \frac{1}{6} (2w_3 + w_1 + w_5 + w_2 + w_4) \quad (4.13)$$

Na podstawie równania (4.5) możemy zapisać

$$\frac{p_{st}}{\gamma} + \frac{w^2}{2g} = \frac{p_c}{\gamma} \quad (4.14)$$

podstawiając

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \text{ i po przekształceniach otrzymujemy}$$

$$w^2 = 2 \frac{g}{\rho} (p_c - p_{st}) \quad (4.15)$$

gdzie:

ρ – gęstość przepływającego powietrza w przekroju pomiarowym.

Gęstość powietrza wyznaczamy z równania stanu gazu $\rho = \frac{p_{bar}}{RT_a}$

p_{bar} – ciśnienie atmosferyczne [Pa],

$R = 287 \frac{J}{kg \cdot ^\circ K}$ – stała gazowa powietrza suchego,

$T = t_a + 273$ – temperatura powietrza w laboratorium [°K].

p_{st} – ciśnienie statyczne w przekroju pomiarowym.

Pomiaru dokonujemy mikromanometrem pochylnym, mierząc wielkość l_c w [mm],

$$p_{st} = \rho_{cm} g \frac{l_c}{i}$$

w wyrażeniu tym

ρ_{cm} – jest gęstością cieczy manometrycznej w $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$,
 g – przyspieszeniem ziemskim $g = 9.81 [ms^{-2}]$,
 i – przełożeniem mikromanometru.

Ostatecznie prędkość przepływu w danym przekroju obliczymy z następującego równania

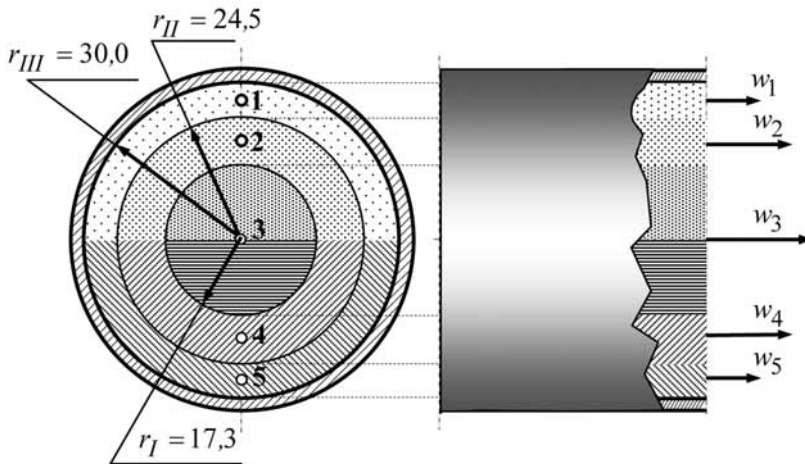
$$w = \sqrt{\frac{2\rho_{cm}g(|l_c - l_s|)}{1000i\rho}} \quad [m/s] \quad (4.16)$$

Liczba 1000 we wzorze (4.16) wynika z przeliczenia l_c i l_s na metry.

Pomiarów dokonujemy dla trzech różnych przekrojów, a w każdym przekroju dla pięciu różnych punktów określonych położeniem czułek sondy grzebieniowej. Pozwala nam to na obliczenie prędkości w tych punktach w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 , oraz wyznaczenie prędkości średniej ze wzoru (4.13).

4.2.1.2. Metoda graficzna wyznaczania prędkości średniej

Dla ostatniego przekroju pomiarowego znajdującego się najbliżej wylotu z kanału, gdzie można spodziewać się profilu prędkości zbliżonego do profilu ostatecznego, wartość prędkości średniej obliczonej ze wzoru (4.13) porównamy z wartością otrzymaną z wykresu schodkowego $w = f(r^2)$. Podstawą stworzenia tego wykresu są wartości prędkości wyznaczone w określonych punktach przekroju 1,2,3,4 i 5 (rys. 4.11). Zakładamy, że zmierzone wartości prędkości są stałe na odpowiednich powierzchniach współśrodkowych, i tak w_3 jest prędkością cząsteczek gazu znajdującego się wewnątrz cylindra o promieniu $r_I = 17,3 \text{ mm}$, prędkości w_2 i w_4 są prędkościami cząsteczek gazu znajdujących się wewnątrz cylindra ograniczonego promieniami r_I i r_{II} , prędkości w_1 i w_5 są prędkościami cząsteczek poruszających się w cylindrze ograniczonym promieniami r_I i r_{III} .



Rys. 4.10. Prędkości elementów gazu wyznaczone przez sondę grzebieniową.

Promień r_I i r_{II} wyznaczamy z założenia, że powierzchnie A_1 , A_2 i A_3 są sobie równe, natomiast promień $r_{III} = 30,0 \text{ mm} = R$.

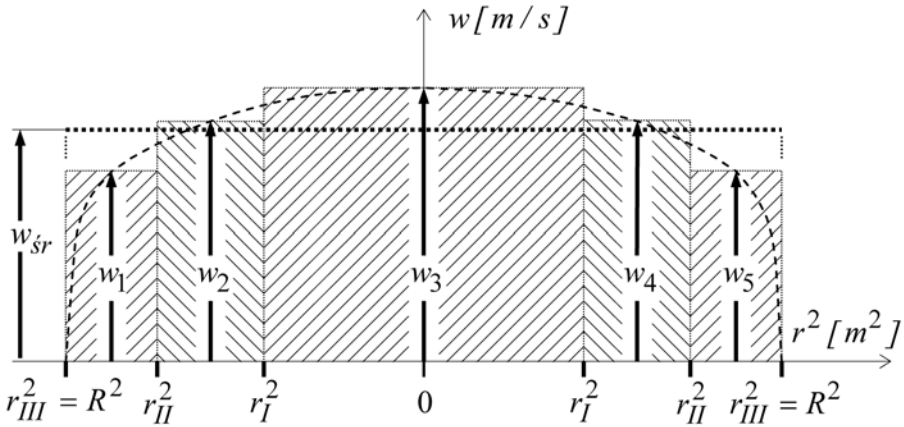
Obliczmy natężenie przepływającego czynnika przez rurociąg

$$\begin{aligned}
 Q = \pi r_I^2 w_3 + \frac{1}{2} (\pi r_{II}^2 - \pi r_I^2) w_2 + \frac{1}{2} (\pi r_{II}^2 - \pi r_I^2) w_4 + \\
 + \frac{1}{2} (\pi r_{III}^2 - \pi r_{II}^2) w_1 + \frac{1}{2} (\pi r_{III}^2 - \pi r_{II}^2) w_5 = \pi R^2 w_r
 \end{aligned}
 \tag{4.17}$$

Po przekształceniach równanie (4.17) przybierze postać

$$r_I^2 w_3 + (r_{II}^2 - r_I^2) w_2 + (r_{II}^2 - r_I^2) w_4 + (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_1 + (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_5 = 2R^2 w_{sr} \quad (4.18)$$

Równanie to możemy przedstawić graficznie



Rys. 4.11. Wykres $w = f(r^2)$

poszczególne składniki tego równania przedstawiają odpowiednie pola na wykresie schodkowym (4.12). Wyznamy prędkość średnią w_{sr}

$$w_{sr} = \frac{r_I^2 w_3 + (r_{II}^2 - r_I^2) w_2 + (r_{II}^2 - r_I^2) w_4 + (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_1 + (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_5}{2R^2}$$

Przyjmując oznaczenia

$$S_1 = (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_1; S_2 = (r_{II}^2 - r_I^2) w_2; S_3 = r_I^2 w_3; S_4 = (r_{II}^2 - r_I^2) w_4$$

$$S_5 = (r_{III}^2 - r_{II}^2) w_5; \text{ oraz } S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 = S;$$

prędkość średnią obliczymy ze wzoru

$$w_{sr} = \frac{S}{2R^2} \quad [m/s] \quad (4.19)$$

gdzie: S – jest polem powierzchni pod wykresem schodkowym, lub równoważnej powierzchni pod krzywą.

Jeżeli wykres schodkowy rysujemy np. na papierze milimetrowym, musimy przyjąć odpowiednią skalę dla osi rzędnych, na której odkładamy wyznaczone doświadczalnie prędkości:

$$1 \frac{m}{s} = x [mm] \text{ oraz skalę dla osi odciętych, na której odkładamy wielkości } r^2$$

np. $1 m^2 = y [mm]$. Prędkość średnią oblicza się wówczas z równania

$$w_{sr} = \frac{aS}{2R^2} \quad [m/s] \quad (4.20)$$

gdzie:

$$a = \frac{1}{xy} \left[\frac{m^3}{mm^2 s} \right] - \text{całkowita skala wykresu.}$$

4.2.1.3. Wyznaczenie prędkości średniej na podstawie liczby Reynoldsa i stosunku $\frac{w_{sr}}{w_{max}}$

Jeżeli profil prędkości w kanale jest funkcją liczby Reynoldsa, to również średnia i maksymalna wartość prędkości jest funkcją tej liczby. Tabela 1 podaje stosunek $\frac{w_{sr}}{w_{max}}$ w zależności od liczby Reynoldsa.

Re	$2,3 \cdot 10^3$	$(4,5 \div 8) \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^5$	$6,4 \cdot 10^5$	$2 \cdot 10^6$
$\frac{w_{sr}}{w_{max}}$	0,791	0,871	0,837	0,853	0,866

Znajomość tej zależności jest ważna, gdyż umożliwia pomiar strumienia objętości w przepływie turbulentnym na podstawie pomiaru prędkości przepływu w jednym punkcie – w osi kanału. Po wyznaczeniu prędkości maksymalnej w kanale w_{max} obliczamy przybliżoną wartość liczby Reynoldsa, a następnie z Tablicy 1 możemy określić stosunek $\frac{w_{sr}}{w_{max}}$, a stąd w_{sr} .

Pytania kontrolne

1. Definicja liczby Reynoldsa – scharakteryzować przepływ laminarny i burzliwy.
2. Narysować rozkład prędkości w przekroju rurociągu otrzymany doświadczalnie i porównać go z rozkładem potęgowym Prandtla.
3. Przedstawić zasadę pomiaru prędkości sondą Pitota.
4. Omówić metodę graficzną wyznaczania prędkości średniej z wykresu $w = f(r^2)$.
5. Metoda wyznaczania prędkości średniej na podstawie prędkości wyznaczonej sondą grzebieniową.
6. Wyznaczenie prędkości średniej na podstawie liczby Reynoldsa i $\frac{w_{sr}}{w_{max}}$.

ROZDZIAŁ 5

5. WYZNACZANIE CHARAKTERYSTYKI WENTYLATORA PROMIENIOWEGO

5.1. Podstawy teoretyczne

Wentylatory to wirnikowe maszyny robocze, służące do przetłaczania gazów i par. Wykonują one pracę jako urządzenia wyciągowe, podmuchowe lub jako ssąco-tłoczące. Transportowany czynnik może być czysty, zanieczyszczony pyłem, o temperaturze powietrza atmosferycznego lub też podwyższonej, jak również o działaniu agresywnym. W maszynach tych proces przekazywania energii odbywa się w sposób ciągły, podczas przepływu czynnika przez wirujące kanały. Wentylator można również nazwać dmuchawą przepływową przetłaczającą gaz ze spiętrzeniem do 13 [kPa] (0,13 at).

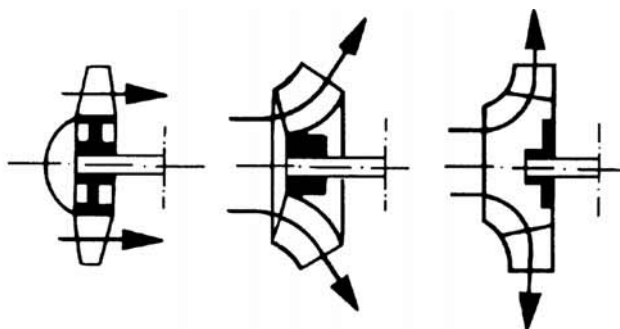
Maszyną podobnego typu jest także dmuchawa. Dmuchawa jest określeniem wieloznacznym. Najczęściej dmuchawami nazywamy maszyny przetłaczające gaz, które przy gęstości gazu $\rho = 1,2$ [kg/m³] wytwarzają spiętrzenie w granicach od 13 do 200 [kPa] (0,13 do 2 at).

Wentylatory mogą służyć także do wysysania gazów i wtedy wywołują niewielkie podciśnienie od strony obszaru ssania. Te ostatnie maszyny nazywane są ssawami.

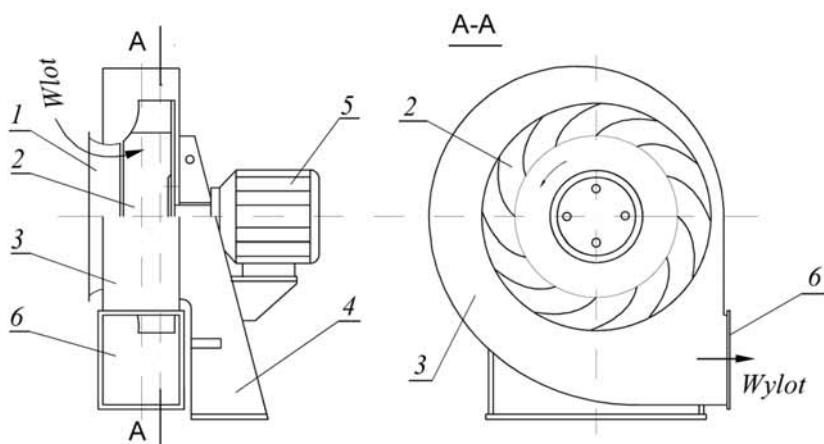
5.1.1. Rodzaje wentylatorów i ich zastosowanie

Wentylatory klasyfikuje się według różnych kryteriów. Najczęściej używanym kryterium jest kierunek wypływu gazu z wirnika:

- wentylatory osiowe:
 - śmigłowe,
 - normalne,
 - przeciwbieżne,
 - dwustopniowe,
- wentylatory osiowo-akcyjne,
- wentylatory diagonalne,
- wentylatory promieniowe: normalne, bębnowe, poprzeczne.



Rys. 5.1. Wirniki wentylatorów osiowego, diagonalnego i promieniowego



Rys. 5.2. Schemat wentylatora promieniowego:

- 1 – wlot, 2 – wirnik promieniowy, 3 – obudowa spiralna, 4 – rama montażowa,
5 – silnik napędowy, 6 – króciec wylotowy

Rysunek 5.2. przedstawia schemat wentylatora promieniowego (odśrodkowego). Wirnik może być jedno- lub dwustrumieniowy. W przypadku wirnika dwustrumieniowego wentylator musi mieć dwa oddzielne wloty. Wydajność dużych wentylatorów dwustrumieniowych przekracza $5000 \text{ m}^3/\text{s}$ (średnica wlotu 16000 mm). Gaz jest zasysany przez otwór osiowo. W wirniku następuje zmiana kierunku strugi gazu na promieniowy (prostopadły do osi obrotu). Jednocześnie ma miejsce przyrost jej prędkości obwodowej, wzrost ciśnienia statycznego i energii kinetycznej. Spiralna obudowa zbiera czynnik wypływający z wirnika i wyprowadza go otworem wylotowym. W otworze wylotowym, który jest usytuowany prostopadłe do osi, następuje zamiana części energii kinetycznej gazu na przyrost ciśnienia statycznego.

Zależnie od wytworzonego ciśnienia wentylatory mogą być niskoprężne, wytwarzające nadciśnienie do 1 kPa, średnioprężne dające nadciśnienie 1- 3 kPa, oraz wysokoprężne, wytwarzające nadciśnienie 1-15 kPa.

Stosowane są także wentylatory, których podstawowym zadaniem nie jest wytwarzanie nadciśnienia, lecz podciśnienia. Maszyny takie nazywane są ssawami.

Wentylatory mają szerokie zastosowanie. Niskoprężne są używane do przewietrzania budynków mieszkalnych, użyteczności publicznej i przemysłowych. Odznaczają się dużą liczbą (do 64) krótkich łopatek, promieniowo umieszczonych na wirniku.

Wentylatory średnioprężne mają zastosowanie w urządzeniach do przewietrzania obiektów przemysłowych, w urządzeniach klimatyzacyjnych i kotłowych oraz jako wentylatory kopalniane. Wirniki wentylatorów średnioprężnych mają około 24 łopatki.

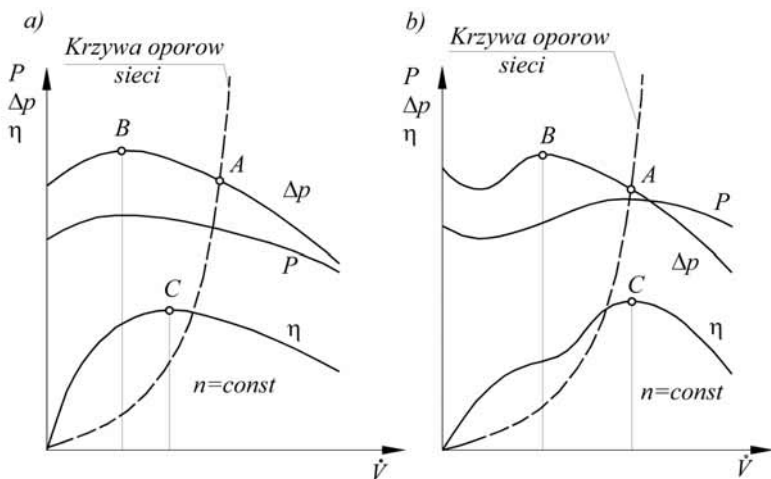
Wentylatory wysokoprężne mogą pracować jako dmuchawy, stosowane są w urządzeniach kotłowych, w hutnictwie itp. Mają zwykle niewielką liczbę łopatek – ok. 12.

5.1.2. Charakterystyki i regulacja wentylatorów

Charakterystyka wentylatora określa zmianę przyrostu ciśnienia w zależności od zmiany ilości przepływającego czynnika i zmiany prędkości obrotowej wirnika. Najczęściej charakterystyka przedstawia zależność całkowitego przyrostu ciśnienia od wydajności ($\Delta p = f(\dot{V})$) przy stałej liczbie obrotów ($n = \text{const}$). Sporządzając takie charakterystyki dla szeregu prędkości obrotowych, otrzymamy pełny obraz zachowania się wentylatora w różnych warunkach pracy.

Rysunek 5.3. przedstawia charakterystyki zbiorcze wentylatora promieniowego i osiowego. Dla zwiększenia przejrzystości podano charakterystykę sporządzoną tylko dla jednej określonej prędkości obrotowej i przy niezmiennym ustawieniu organów regulacji. Na wykres naniesiono przewidywaną krzywą oporów sieci (rurociągów do przesylu czynnika), albo oporów urządzenia z którym będzie współpracował wentylator. Ma ona kształt zbliżony do paraboli. Punkty *B* odpowiadają najwyższym przyrostom ciśnienia, po osiągnięciu których, przy dalszym wzroście wydajności, przyrost ciśnienia maleje. Praca wentylatora przy wydaj-

nościach \dot{V} poniżej punktów B jest pracą niestaczną, charakteryzującą się niespokojnym biegiem, drganiami, wstrząsami. Właściwymi wydajnościami wentylatora są wydajności odpowiadające największej sprawności. Punkty C przedstawiają najekonomiczniejsze warunki pracy wentylatora.



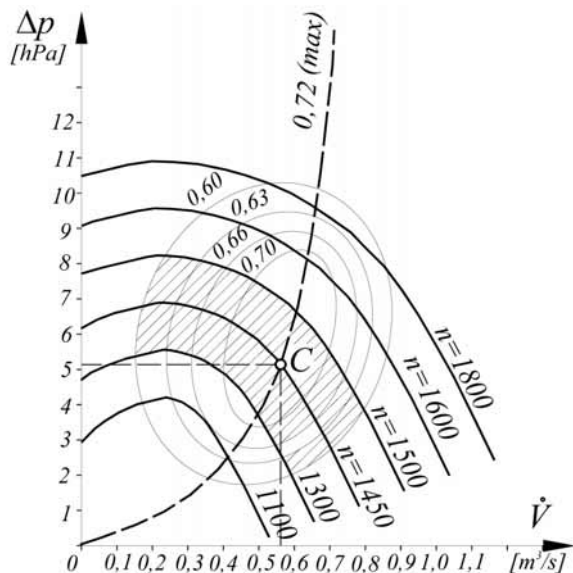
Rys. 5.3. Charakterystyki wentylatorów: a) promieniowego niskopiętnego, b) osiowego Δp – przyrost ciśnienia, P – moc wentylatora, η – sprawność, \dot{V} – wydatek objętościowy

Praca wentylatora ustala się w warunkach równowagi oporów sieci i spiętrzenia całkowitego wytworzonego przez wentylator, co odpowiada punktowi A przecięcia się krzywej oporów sieci z krzywą spiętrzeń $\Delta p = f(\dot{V})$.

Punkt ten nazywa się punktem pracy wentylatora. Wentylator powinien być tak dobrany, aby jego punkt pracy znajdował się na odcinku stabilnej charakterystyki wentylatora i przy optymalnej jego sprawności.

Dla każdego wentylatora można sporządzić charakterystykę ciśnienia dla różnych prędkości obrotowych (rys. 5.4.).

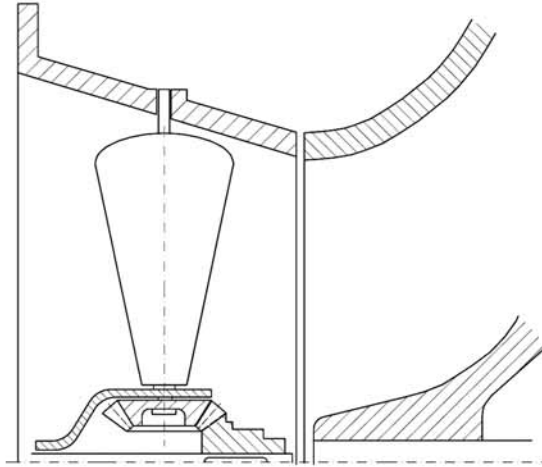
Przy zmieniających się prędkościach, wydajnościach i całkowitych przyrostach ciśnienia wentylator osiąga różne sprawności ogólne. Łącząc punkty jednakowej sprawności otrzymuje się krzywe zamknięte, z wyjątkiem punktów najwyższej sprawności, które tworzą krzywą otwartą. Układ krzywych jednakowej sprawności nazywa się pagórkem sprawności.



Rys. 5.4. Charakterystyka ciśnienia dla różnych prędkości obrotowych

Przy zmianie prędkości obrotowej, a zachowaniu tej samej sprawności wentylator będzie pracował na odpowiadających im ciśnieniu i wydajności. Zakładając dla danego wentylatora górną i dolną prędkość obrotową np. 1500 i 1300 obr/min oraz najmniejszą dopuszczalną sprawność ogólną np. $\eta_0 = 0,6$ otrzymamy pole zasięgu wentylatora (na rysunku 5.4 obszar tego pola jest zakreskowany). Ilość czynnika przepływającego przez wentylator można regulować różnymi sposobami. Najczęściej stosowana jest regulacja przez dławienie gazu przy utrzymywaniu stałej prędkości obrotowej wirnika wentylatora. Regulacja przez dławienie polega na częściowym zasłanianiu przewodu ssawnego lub tłocznego wentylatora za pomocą obrotowych przesłon umieszczonych w przewodzie lub przesuwanych zasuw ograniczających swobodny przepływ gazu. Najczęściej stosowana jest regulacja przez dławienie na wlocie do wentylatora. Odznacza się ona dużą prostotą, jednak jest mało ekonomiczna – powoduje znaczny spadek sprawności.

Najekonomiczniejsza jest regulacja przez zmianę prędkości obrotowej wirnika. Przy napędzie za pomocą silnika elektrycznego regulacja taka jest możliwa wtedy, gdy zastosujemy przekładnie wielostopniowe lub bezstopniowe, silniki o przełączalnej liczbie biegunów lub regulatory prędkości obrotowej silników elektrycznych (tzw. przetworniki częstotliwości napięcia zasilającego silnik elektryczny).



Rys. 5.5. Mechanizm obrotu łopatek kierownicy wentylatora

Często jest również stosowana regulacja za pomocą kierownicy łopatkowej umieszczonej przed wlotem do wirnika wentylatora (rys. 5.5).

Łopatki o opływowym kształcie mogą być jednocześnie obracane o pewien kąt dookoła swoich osi, powodując nie tylko zmianę wielkości swobodnego przekroju przewodu, ale również wywołując wstępny ruch wirowy czynnika, zgodny co do kierunku z kierunkiem obrotu wirnika lub przeciwny do niego. Wpływa to na efektywność pracy wentylatora i pozwala regulować jego parametry.

Aby wentylator pracował poprawnie konieczne jest staranne wyrównoważenie wirnika, wibroizolacja wentylatora oraz właściwa obsługa (kontrola łożysk, sprzęgieł itp).

5.1.3. Wielkości charakterystyczne wentylatorów promieniowych

Do podstawowych wielkości charakteryzujących wentylator należą:

a) wielkości charakteryzujące pracę wentylatora:

- *wydajność masowa, strumień masy \dot{m} [kg/s]* – masa czynnika przepływającego w jednostce czasu przez płaszczyznę wlotu wentylatora ssącego lub ssąco-tłoczącego lub przez płaszczyznę wylotu wentylatora tłoczącego,
- *sprawność całkowita wentylatora:*

$$\eta_c = \frac{N_u}{N},$$

gdzie: N_u – moc użyteczna wentylatora; N – moc napędowa,

- wydajność objętościowa, strumień objętości \dot{V} [m³/s] – objętość czynnika przepływającego w jednostce czasu przez wentylator, określona ilorazem wydajności masowej i gęstości czynnika w płaszczyźnie wlotu wentylatora ssącego oraz ssąco-tłoczącego lub w płaszczyźnie wylotu wentylatora tłoczącego,
- częstość obrotów wirnika wentylatora [Hz]
- parametry termodynamiczne przetłaczanego gazu podane na wlocie do wentylatora i określone przez ciśnienie absolutne gazu [Pa], temperaturę bezwzględną [K], stałą gazową czynnika R [J/kgK].

Zazwyczaj ciśnienie gazu mierzymy przetwornikami różnicy ciśnień względem ciśnienia atmosferycznego, bądź mierzymy różnicę ciśnienia pomiędzy wylotem a wlotem do wentylatora. Jednak dla niektórych podstawowych przeliczeń wymagana jest znajomość ciśnienia absolutnego (z uwzględnieniem wartości ciśnienia atmosferycznego).

Na przykład ten sam wentylator może służyć do przetłaczania gazów o różnym składzie chemicznym, różnej temperaturze lub pracować przy różnych ciśnieniach na ssaniu. Również częstość obrotów wirnika wentylatora może mieć różną wartość, w zależności od przeznaczenia wentylatora lub sposobu napędu. Wytwórcie wentylatorów podają charakterystyki swoich produktów dla umownej gęstości gazu $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$. Jeśli więc w konkretnym zastosowaniu przetłaczany gaz ma inną gęstość, wtedy katalogowe wartości spiętrzenia i mocy danego wentylatora należy przeliczyć według wzorów:

$$\text{wydajność } \dot{V}_{II} = \dot{V}_I \frac{n_{II}}{n_I},$$

$$\text{spiętrzenie } \Delta p_{II} = \Delta p_I \frac{\rho_{II}}{\rho_I} \left(\frac{n_{II}}{n_I} \right)^2,$$

$$\text{moc } P_{II} = P_I \frac{\rho_{II}}{\rho_I} \left(\frac{n_{II}}{n_I} \right)^3,$$

gdzie indeksy I oznaczają wartości katalogowe, zaś II – wartości aktualne.

Gęstość przetłaczanego czynnika, o ile nie jest wcześniej znana, można obliczyć przy użyciu równania stanu gazu.

- przyrost ciśnienia statycznego, spiętrzenie statyczne Δp , [Pa] różnica ciśnienia statycznego w płaszczyźnie wylotu wentylatora i w płaszczyźnie jego wlotu,
- przyrost ciśnienia dynamicznego, spiętrzenie dynamiczne Δp_d [Pa] – różnica ciśnienia dynamicznego w płaszczyźnie wylotu i wlotu wentylatora,
- moc pobierana przez maszynę P [W; kW] – moc na sprzęgle łączącym maszynę ze środkiem napędu lub moc na kole pasowym wału maszyny.

Jeżeli wirnik wentylatora jest osadzony na wale silnika, mocą maszyny jest moc przekazana wirnikowi,

- moc użyteczna N_u [W; kW] – przyrost użytecznej postaci energii czynnika przenieszonego w jednostce czasu – odpowiadający sprężaniu wg przemiany izentropowej

$$N_u = 10^{-3} \dot{m} \left[(i_2 - i_1)_s + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} \right], [\text{kW}].$$

Poszczególne wielkości określa się w sposób następujący:

\dot{m} – wydajność masowa wentylatora,

$(i_2 - i_1)_s$ – izentropowy przyrost entalpii czynnika między płaszczyznami wlotu i wylotu maszyny; jest wyznaczany najczęściej z tablic lub wykresów w zależności od parametrów określających stan czynnika w tych płaszczyznach, [J/kg];

c_1 i c_2 – średnie prędkości czynnika odpowiednio w płaszczyźnie wlotu i wylotu z wentylatora; określane są np. przy użyciu sondy Prandtla, lub, jeżeli znane jest masowe natężenie przepływu gazu przez wentylator, istnieje możliwość obliczenia ze wzorów:

$$c_1 = \frac{m}{p_1 \cdot A_1}, \quad c_2 = \frac{m}{p_2 \cdot A_2}; [\text{m/s}]$$

gdzie:

\dot{m} – wydajność masowa gazu przepływającego przez wentylator [kg/s],

ρ_1 i ρ_2 – gęstość czynnika odpowiednio w płaszczyźnie wlotu i wylotu wentylatora określone poprzez znajomość parametrów stanu w tych płaszczyznach [kg/m³],

A_1, A_2 – powierzchnie przekroju wlotu i wylotu z wentylatora [m²].

- *Prędkość obrotowa wentylatora* n (obr/min) liczba obrotów wirnika w ciągu jednostki czasu.

b) wskaźniki bezwymiarowe.

Wskaźniki te służą do porównania różnych wentylatorów i zalicza się do nich:

- *wskaźnik wydajności objętościowej, wskaźnik strumienia objętości* φ – stosunek wydajności objętościowej do iloczynu powierzchni koła o średnicy odniesienia i prędkości odniesienia wyrażony wzorem:

$$\varphi = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} D_{od}^2 u_{od}}$$

gdzie:

\dot{V} – wydajność wentylatora [m^3/s],

D_{od} – średnica odniesienia [m], (w wentylatorach promieniowych przyjmuje się

$D_{od} = D_2$, gdzie D_2 – średnica wirnika; w wentylatorach osiowych

D_{od} – średnica obudowy nad łopatkami wirnika),

u_{od} – prędkość odniesienia – obwodowa wirnika [m/s].

- *Wskaźnik ciśnienia całkowitego, wskaźnik spiętrzenia* ψ – iloraz ciśnienia całkowitego i ciśnienia dynamicznego czynnika przepływającego z prędkością odniesienia

$$\psi = \frac{\Delta p_c}{\frac{1}{2} \rho u_{od}^2},$$

gdzie:

Δp_c – przyrost ciśnienia całkowitego [Pa],

ρ – gęstość czynnika [kg/m^3],

u_{od} – prędkość odniesienia równa prędkości obwodowej [m/s].

- *Wskaźnik mocy* λ – iloraz iloczynu wskaźnika wydajności objętościowej φ i wskaźnika ciśnienia całkowitego ψ do sprawności wentylatora η_c .

$$\lambda = \frac{\varphi \psi}{\eta_c}.$$

5.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie charakterystyki wentylatora promieniowego, a więc pomiar przyrostu ciśnienia, sprawności i mocy pobieranej przez silnik napędowy w funkcji wydatku powietrza przetłaczanego przez wentylator.

5.2.1. Pomiar wielkości charakterystycznych

a) Pomiar temperatury.

Temperatura charakteryzuje stopień ogrzania ciała (układu) i jest jednym z jego parametrów stanu termodynamicznego. Wyróżnia się dwie podstawowe metody pomiaru temperatury: stykową i bezstykową.

Metoda stykowa charakteryzuje się tym, że czujnik temperatury ma kontakt bezpośredni z ciałem lub badanym ośrodkiem i wymienia ciepło na skutek przewodzenia, konwekcji lub promieniowania. Przyrządy wykorzystujące tę metodę pomiaru temperatury nazywa się *termometrami*.

W *bezstykowej metodzie* pomiaru temperatury wykorzystuje się zjawisko wysyłania promieniowania cieplnego przez nagrzane ciało. Przyrządy które wykorzystuje się w tej metodzie, noszą nazwę *pirometrów*.

b) Spiętrzenie wentylatora.

Spiętrzenie wentylatora jest różnicą ciśnień mierzonych na wylocie i wlocie wentylatora. W zależności od sposobu pomiaru można mówić o dwóch definicjach spiętrzenia:

1. *spiętrzenie całkowite* – jest to różnica ciśnień całkowitych między wylotem a wlotem do wentylatora

$$\Delta p_c = p_{\text{cwyl}} - p_{\text{cwl}} \text{ [Pa]},$$

$$p_c = p_{\text{stat}} + p_{\text{dyn}} = p_{\text{stat}} + \frac{c^2}{2},$$

gdzie:

p_{stat} – ciśnienie statyczne w Pa,

ρ – gęstość gazu w kg/m^3 ,

c – prędkość bezwzględna gazu w rozpatrywanym przekroju (wylotowym i wlotowym),

2. *spiętrzenie statyczne* – jest to różnica ciśnień statycznych

$$\Delta p = p_{wyl} - p_{wl} \text{ [Pa]}.$$

c) Pomiar prędkości obrotowej.

W technice cieplnej najbardziej rozpowszechnione są obrotomierze:

- *mechaniczne* odśrodkowe (stałe i ręczne) – zbudowane są one na zasadzie wychylania się pod działaniem siły odśrodkowej wirujących mas, przytwierdzonych do elementów sprężynujących, sprowadzających te masy do położenia wyjściowego,
- *magnetyczne* – działają one na następującej zasadzie: część wirująca ma stalowy magnes trwały i jest napędzana od wałka, którego prędkość obrotową się mierzy; wirujący magnes otacza aluminiowy cylinder z dnem, osadzony na wałku; wałek może się obracać, jest jednak połączony ze spiralną sprężyną, którą obracając się napina; wytworzone przez wirujący magnes trwały pole magnetyczne powoduje powstawanie prądów wirowych w aluminiowym cylindrze, co z kolei wpływa na powstanie na wałku momentu obrotowego równoważonego sprężyną spiralną, zamocowaną jednym końcem do tego wałka, a drugim do punktu stałego w obudowie; powstający moment obrotowy jest proporcjonalny do prędkości wirowania magnesu, a zatem do mierzonej prędkości obrotowej,
- *elektryczne* – elektroniczne – urządzenia te składają się z dwóch zasadniczych części: nadajnika, czyli tzw. prądniczki tachometrycznej i wskaźnika, którym jest elektryczny miernik napięcia, odpowiednio wywzorcowany; nadajnikiem jest niewielka prądniczka prądu stałego lub zmiennego o charakterystyce tak dobranej, aby była spełniona, możliwie w największym stopniu, proporcjonalność wzrostu napięcia wraz z przyrastającą prędkością obrotową; należy sprzęgnąć prądniczkę z wałem, którego prędkość obrotową chce się mierzyć i połączyć ją przewodami z odpowiednio wywzorcowanym miernikiem napięcia,

- *impulsowe* – działają one w ten sposób, że wirujący element, którego prędkość chcemy zmierzyć używa się do wytworzenia impulsów, np. świetlnych lub magnetycznych, następnie impulsy te wywołują efekty w odpowiednio skonstruowanych czujnikach, z których przez układy elektroniczne są one przekazywane na wywzorcowane mierniki,
- *wibracyjne* (rezonansowe) – przyrządy te przykłada się do wirującej maszyny, której prędkość chcemy mierzyć; przyrządy tego typu mają niewielki zakres pomiarowy zaś dokładność pomiaru wynosi $\pm 0,5\%$ wartości odczytywanej,
- *stroboskopowe* – wyróżnia się dwa typy tych przyrządów; pierwsze posiadają lampę błyskową wraz z urządzeniem wywołującym błyski o zmiennej częstotliwości, jeśli tą lampą oświetli się wirujący przedmiot, np. tarczę z namalowaną na niej plamką, to można zauważyć, że w miarę zmiany ilości błysków zmieniać się będzie pozorna prędkość wirowania obserwowanej plamki; po odpowiednim wywzorcowaniu urządzenia do zmiany ilości błysków można dokonywać pośrednio odczytów mierzonych prędkości; działanie drugiej grupy przyrządów polega na obserwacji wirującego elementu o nieznacznej prędkości obrotowej poprzez jedną lub więcej szczelin wyciętych także w wirującej tarczy, której prędkość obrotową można zmieniać, gdy obserwowany przez szczelinę pozorny ruch plamki ustanie, można odczytać na odpowiednio wywzorcowanej podziałce prędkość obrotową tarczki ze szczelinami, w ten sposób zostanie określona pośrednio mierzona wielkość; zaletą tych obrotomierzy jest to, że pomiar za ich pomocą nie wpływa w żaden sposób na bieg elementów wirujących, czyli nie zniekształca pomiaru.

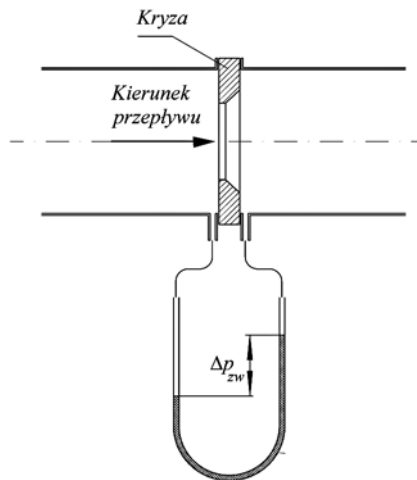
Przyrządy te umożliwiają odczytanie chwilowej prędkości kątowej wyrażonej w dowolnych jednostkach, zależnie od skalowania przyrządu np. w [obr/s], [obr/min] lub [obr/h]. Częstość n [Hz] obrotów wirnika wentylatora podawana jest przez producenta dla obliczeniowych warunków pracy.

d) Pomiar wydatku objętościowego.

Wydajność wentylatora określa ilość gazu w m^3/s przetłaczanego przez wentylator. Ponieważ czynnik po przejściu przez wentylator ma większe ciśnienie i temperaturę niż na wlocie, nie jest obojętne w którym przekroju kontrolnym (na wlocie czy na wylocie z wentylatora) określamy strumień objętości. Przyjęło się określać wydajność wentylatora w warunkach panujących na wlocie do maszyny. Czasem wydajność wentylatora może być określana wielkością strumienia masy kg/s .

W tym przypadku obojętne jest w którym z przekrojów kontrolnych dokonuje się pomiaru wydajności, gdyż ilość masy przetłaczanej w jednostce czasu w warunkach ustalonej pracy jest taka sama na wlocie i na wylocie z wentylatora.

Zasada metody pomiaru jest oparta na kryzcie pomiarowej wbudowanej w rurociąg całkowicie wypełniony przez przepływające powietrze (rys. 5.6). Po wbudowaniu zwężki pomiarowej w rurociąg powstaje różnica ciśnień statycznych między stroną dopływową i stroną odpływową zwężki. Strumień objętości powietrza przepływającego można obliczyć zgodnie z aktualnie obowiązującą normą PN-93/M-53950/01.



Rys. 5.6. Układ pomiarowy kryzy ISA pomiarem przytarczowym ciśnienia

$$\dot{V} = \frac{C}{\sqrt{1-\beta^4}} \varepsilon_1 \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2\Delta p_{zw}}{\rho_1}} \quad (5.1)$$

gdzie:

d – średnica otworu (gardzieli) kryzy ($d = 64,5$ mm). W ćwiczeniu nie uwzględniamy zmiany wymiarów średnicy kryzy na skutek zmian temperatury.

C – współczynnik przepływu dla zastosowanej kryzy, $c = f(Re)$,

$\beta = 0,6349$ – przewężenie kryzy

Δp_{zw} – ciśnienie różnicowe na kryzie pomiarowej w Pa,

ρ_1 – gęstość powietrza przed kryzą, należy obliczać dla każdego punktu pomiaru

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT} \quad (5.2)$$

gdzie: R – stała gazowa dla powietrza; $R = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$;

dla powietrza wilgotnego stałą gazową można obliczyć wg algorytmu podanego w aneksie.

T – temperatura powietrza przed kryzą [K],

p_1 – absolutne ciśnienie statyczne przed kryzą pomiarową w Pa.

ε_1 – liczba ekspansji uwzględniająca ściśliwość czynnika,
należy ją wyliczać dla każdego punktu pomiaru ze wzoru:

$$\varepsilon_1 = 1 - \left(0,41 + 0,35\beta^4\right) \frac{\Delta p_{zw}}{\kappa p_1} \quad (5.3)$$

gdzie: κ – wykładnik adiabaty dla powietrza; dla warunków ćwiczenia $\kappa = 1,4$.

Po uwzględnieniu wielkości stałych wzór na liczbę ekspansji można przedstawić następująco w postaci uproszczonej:

$$\varepsilon_1 = 1 - 0,3335 \frac{\Delta p_{zw}}{p_1} \quad (5.4)$$

W pierwszym kroku należy przyjąć wartość współczynnika przepływu C dla liczby Reynoldsa $Re = \infty$; dla tych warunków i dla $\beta = 0,6349$, $C_\infty = 0,6092$.

Następnie obliczamy przybliżoną wartość liczby Reynoldsa dla średnicy rurociągu $D = 0,103$ m. Dla temperatury oraz ciśnienia powietrza niewiele odbiegających od warunków otoczenia liczbę Reynoldsa można obliczyć z zależności:

$$Re_D = C_\infty A_1 \quad (5.5)$$

gdzie:

A_1 – stała

$C_\infty = 0,6092$

$$A_1 = \frac{\varepsilon_1 d^2 \sqrt{2\Delta p_{zw} \rho_1}}{\mu D \sqrt{1-\beta^2}} \quad (5.6)$$

ε_1 – liczba ekspansji (5.4)

$d = 0,0645$ m

$D = 0,103$ m

ρ_1 – gęstość powietrza w rurociągu (5.2)

μ – lepkość dynamiczna powietrza w rurociągu w warunkach pomiaru

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{273} \right)^n$$

gdzie: $\mu_0 = 17,08 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\text{kg}}{\text{ms}} \right]$

$n = 0,683$

T – temperatura, w której wyznaczamy lepkość μ ,

$\beta = 0,6349$ – przewężenie kryzy.

Następnie można obliczyć dokładną wartość wydatku objętościowego wentylatora korzystając z zależności:

$$\dot{V} = \frac{\pi \mu D \text{Re}_D}{4 \rho_1} \quad (5.7)$$

e) Moc pobierana przez wentylator.

Określa się na podstawie mocy elektrycznej pobieranej przez silnik napędowy z uwzględnieniem sprawności układu przekazywania energii.

$$P_{\text{went.}} = P_{\text{elektr.}} \cdot \eta_{\text{sil. elektr.}} \cdot \eta_{\text{przekł.}} \cdot \eta_{\text{mech.}}$$

gdzie: $P_{\text{elektr.}}$ – moc na zaciskach silnika elektrycznego,

$\eta_{\text{sil. elektr.}}$ – sprawność całkowita silnika elektrycznego,

$\eta_{\text{przekł.}}$ – sprawność przekładni

$\eta_{\text{mech.}}$ – sprawność układu przekazywania energii mechanicznej uwzględniająca straty w łożyskach wału wentylatora i inne.

Jeżeli wirnik wentylatora jest osadzony bezpośrednio na wale silnika (co jest bardzo często stosowane), wówczas:

$$P_{\text{went.}} = P_{\text{elektr.}} \cdot \eta_{\text{sil. elektr.}}$$

f) Moc użyteczna wentylatora.

Wyrażona w jednostkach mocy (watach) oznacza moc zużywaną na zwiększenie energii przetłaczanego gazu. Jest ona określana jako iloczyn wydajności wentylatora \dot{V} [m³/s] i całkowitego przyrostu ciśnienia Δp_c [Pa]

$$P = \dot{V} \Delta p_c \text{ [W]} \quad (5.8)$$

g) Sprawność całkowita wentylatora.

Sprawność określana jest poprzez stosunek mocy użytecznej wytwarzanej przez wentylator do mocy pobieranej przez silnik elektryczny

$$\eta_{\text{całk}} = \frac{P}{P_{\text{elektr}}} \quad (5.9)$$

h) gęstość powietrza za wentylatorem.

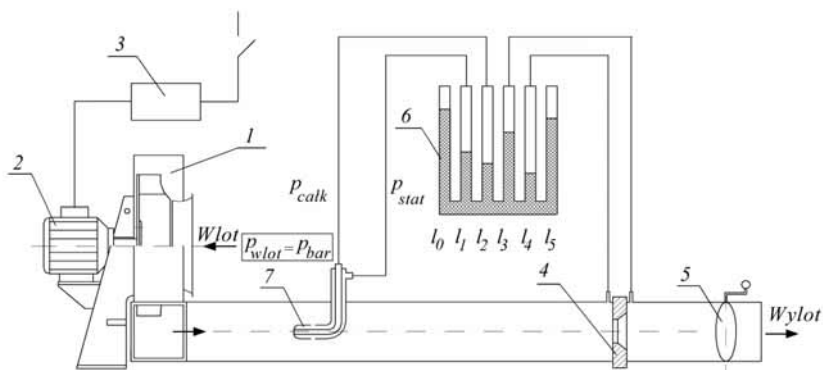
Mierząc temperaturę powietrza w rurociągu przed kryzą T , oraz ciśnienie statyczne w rurociągu p_1 obliczamy gęstość powietrza wg wzoru (5.2)

5.2.2. Budowa stanowiska do wyznaczania charakterystyki wentylatora

Schemat stanowiska przedstawia rysunek 5.7.

Wentylator promieniowy typu WP-7,6 napędzany elektrycznym silnikiem jednofazowym zasysa powietrze z otoczenia i tłoczy je do rurociągu pomiarowego. Średnica rurociągu $D = 103,015$ mm. W rurociągu umieszczono przyrządy pomiarowe: termometr, sondę Prandtla do pomiaru ciśnienia całkowitego i statycznego na tłoczeniu. Kryza ISA, wykonana i zamontowana zgodnie z PN-93/M-53950/01, posiada średnicę otworu $d = 65,41$ mm i służy do pomiaru wydatku objętościowego tłoczonego przez wentylator powietrza. Na końcu rurociągu umieszczono przepust-

nicę dławiącą. Moc silnika napędowego mierzona jest za pomocą watomierza, ciśnienie barometryczne, temperaturę i wilgotność powietrza należy odczytywać przed ćwiczeniem z odpowiednich przyrządów znajdujących się w laboratorium. W zależności od temperatury otoczenia należy odczytać z tabeli gęstość cieczy manometrycznej. Ciśnienie spiętrzenia wentylatora oraz ciśnienie przed kryzą i za kryzą pomiarową odczytuje się z cieczowego.



Rys. 5.7. Schemat stanowiska pomiarowego do wyznaczania charakterystyki wentylatora promieniowego:

- 1 – wentylator, 2 – silnik elektryczny, 3 – watomierz, 4 – kryza pomiarowa, 5 – przepustnica dławiąca, 6 – manometr cieczowy, 7 – sonda Prandtla

Częstość obrotów silnika może być przyjmowana z dobrym przybliżeniem za wartość stałą dla silnika elektrycznego napędzającego wentylator. Jest to silnik asynchroniczny, który zmienia swą częstość obrotów w zależności od obciążenia – bez obciążenia częstość obrotów silnika zbliża się do częstości synchronicznej.

5.2.3. Przebieg ćwiczenia

Pomiary wykonywane w trakcie ćwiczenia mają na celu wyznaczenie charakterystyk wentylatora:

- charakterystyka spiętrzenia całkowitego wentylatora $\Delta p_c = f(\dot{V})$,
- charakterystyka mocy wentylatora $P = f(\dot{V})$,
- charakterystyka sprawności całkowitej $\eta_c = f(\dot{V})$.

Przed rozpoczęciem ćwiczenia należy zapoznać się z budową stanowiska pomiarowego, połączeniami rurek impulsowych ciśnienia z manometrem. Mikro-

manometr z rurkami pochyłymi powinien być ustawiony tak, aby rurki były pionowe, tj. aby przełożenie mikromanometru $i = 1$. Manometr powinien być napełniony cieczą do połowy wysokości rurek i starannie wypoziomowany w obu płaszczyznach. Następnie należy zanotować aktualną wartość ciśnienia barometrycznego, temperaturę otoczenia oraz gęstość cieczy manometrycznej.

Przed rozpoczęciem pomiarów trzeba zamknąć całkowicie przepustnicę dławiącą na wylocie rurociągu pomiarowego (pozycja 8 na tarczy). Przed uruchomieniem silnika elektrycznego wentylatora należy zabezpieczyć cewkę prądową watomierza przed przeciążeniem w czasie rozruchu silnika (ustawić pokrętko watomierza w pozycji „K”). Po zakończeniu rozruchu silnika trzeba przestawić pokrętko z pozycji „K” na pozycję „5” (pięć). Pokrętko cewki napięciowej musi być ustawione cały czas na pozycji „400”.

Uruchomienie wentylatora odbywa się na wyraźne polecenie prowadzącego ćwiczenie.

Dla każdego z kolejnych ustawień przepustnicy dławiącej tj. dla różnych coraz większych oporów sieci współpracującej z wentylatorem dokonuje się pomiarów i zapisów w protokole pomiarowym następujących wartości:

a) pomiary ciśnień:

- p_{bar} [Pa] – ciśnienie barometryczne; wielkość tę odczytuje się z barometru tylko raz na początku trwania ćwiczenia,
- l_0 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru połączonej z atmosferą;
- l_1 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru mierzącego różnicę między ciśnieniem statycznym w rurociągu tłocznym, a ciśnieniem atmosferycznym;
- l_2 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru mierzącej różnicę pomiędzy ciśnieniem całkowitym w rurociągu tłocznym, a ciśnieniem atmosferycznym;
- l_3 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru mierzącej różnicę ciśnień pomiędzy ciśnieniem za kryzą, a ciśnieniem atmosferycznym;
- l_4 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru mierzącej różnicę ciśnień między ciśnieniem przed kryzą, a ciśnieniem atmosferycznym;

– l_5 [mm] – długość słupa cieczy manometrycznej w rurce manometru połączonej z atmosferą (w rurkach i połączonych z atmosferą powinny być takie same długości słupa cieczy manometrycznej, co świadczy o dobrym wypoziomowaniu manometru);

b) pomiary temperatur:

– t_0 [°C] – temperatura powietrza w laboratorium;

– t_1 [°C] – temperatura w rurociągu tłocznym na tłoczeniu wentylatora;

c) pomiar mocy elektrycznej:

Moc czynną pobieraną przez silnik elektryczny napędzający wentylator oblicza się, odczytując ilość działek „n” wskazywanych przez watomierz i mnożąc je przez stałą watomierza „k” [W/działk]. Ponieważ nastawy watomierza ustawione są następująco: prąd – 5A, napięcie – 400 V więc 100 działek odpowiada mocy 2000 W. Jedna działka zatem ma wartość 20 W, stąd stała $K = 20$ W/działkę.

Moc silnika elektrycznego:

$$P_{\text{elektr}} = k \cdot n = 20n \quad (5.10)$$

Wyniki pomiarów należy zapisać w tablicy I.

Na ich podstawie obliczane są w tablicy II następujące wielkości:

– wydajność wentylatora \dot{V} ,

– spiętrzenie całkowite wentylatora Δp_c ,

– sprawność całkowita wentylatora η_c .

Po wykonaniu powyższych pomiarów przy jednym ustawieniu przepustnicy dławiącej należy przestawić przepustnicę dławiącą o jedną pozycję w kierunku otwarcia i wykonać następny pomiar. Czynności te trzeba wykonywać aż do całkowitego otwarcia przepustnicy.

d) wyznaczenie wydajności wentylatora:

Sposób obliczenia wydatku objętościowego wentylatora podano w p. 5.2.5. c.

Posługujemy się wzorem:

$$\dot{V} = \frac{\pi \mu D \text{Re}_D}{4 \rho_1}$$

gdzie: $\text{Re}_D = C_\infty A_1$

$$A_1 = \frac{\varepsilon_1 d^2 \sqrt{2 \Delta p_{zw} \rho_1}}{\mu D \sqrt{1 - \beta^2}}$$

Aby obliczyć wartość współczynnika ε_1 (5.4) należy wyznaczyć wartości ciśnienia p_1 i wartość spadku ciśnienia na kryzie pomiarowej Δp_{zw} . Ciśnienie tłoczenia wentylatora p_1 jest sumą aktualnego ciśnienia barometrycznego i różnicy ciśnień wynikającej z różnicy wysokości słupów cieczy manometrycznej w rurkach manometru l_5 i l_1

$$p_1 = p_{bar} + \rho_{cm} g / (l_5 - l_1) / 1000 \text{ [Pa]} \quad (5.11)$$

gdzie: l_5 i l_1 w [mm].

ρ_{cm} – gęstość cieczy manometrycznej [kg/m³]

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ – przyspieszenie ziemskie

Spadek ciśnienia na kryzie pomiarowej Δp_{zw}

$$\Delta p_{zw} = p_{bar} + \rho_{cm} g / (l_3 - l_4) / 1000 \text{ [Pa]} \quad (5.12)$$

gdzie: l_3 i l_4 w [mm].

Konieczność dzielenia przez 1000 we wzorach (5.11) i (5.12) wynika z konieczności przeliczenia wyniku pomiaru dokonanego w milimetrach na metry będące jednostką układu SI.

Gęstość powietrza w rurociągu tłocznym

$$\rho_1 = \frac{P_1}{RT_1} \text{ [kg/m}^3\text{]} \quad (5.13)$$

gdzie:

R – stała gazowa powietrza wilgotnego (sposób obliczenia stałej gazowej dla powietrza wilgotnego podano w aneksie); dla powietrza suchego $R = 287 \text{ J/kgK}$

T_1 – temperatura gazu w rurociągu tłocznym

$$T_1 = t_1 + 273,16 \text{ [K]}. \quad (5.14)$$

e) obliczenie spiętrzenia całkowitego wentylatora.

Wytworzony przez wentylator przyrost ciśnienia całkowitego mierzony jest jako różnica długości odpowiednich słupów cieczy manometrycznej na manometrze

$$\Delta p_c = \rho_{cm} g / (l_5 - l_2) / 1000 \text{ [Pa]} \quad (5.15)$$

e) wyznaczenie sprawności całkowitej wentylatora.

Sprawność całkowitą wentylatora określa się ze wzoru:

$$\eta_c = \frac{\dot{V} \Delta p_c}{P_{\text{elektr}}} \quad (5.16)$$

5.2.4. Uwagi końcowe

Sprawozdanie powinno zawierać:

- cel ćwiczenia,
- krótki opis wykonywanych czynności,
- tabele pomiarowe z wynikami pomiarów i obliczeń,
- wykresy charakterystyk:

$$\Delta p_c = f(\dot{V}), P_{\text{elektr}} = f(\dot{V}), \eta_c = f(\dot{V})$$

- wnioski i uwagi.

5.2.5. TABLICE POMIAROWE

Tablica I służy do wpisywania wyników pomiarów.

Tablica I

Lp.	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	t_1	t_0	P_{elektr}	p_{bar}
	mm					°C		$n_{\text{działek}}$	Pa

Tablica II służy do wyliczenia wielkości niezbędnych do wyznaczenia charakterystyki wentylatora:

$$\Delta p_c = f(\dot{V}), P_{\text{elektr}} = f(\dot{V}), \eta_c = f(\dot{V}).$$

Tablica II

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l
Lp.	Δp_{zw}	p_1	ρ_1	ε_1	A_1	Re_D	\dot{V}	Δp_c	P_{elektr}	P	η_C
	wg wzoru [5.12]	wg wzoru [5.11]	wg wzoru [5.13]	wg wzoru [5.4]	wg wzoru [5.6]	wg wzoru [5.5]	wg wzoru [5.7]	wg wzoru [5.15]	wg wzoru [5.10]	wg wzoru [5.8]	wg wzoru [5.16]
	Pa	Pa	kg/m ³	–	–	–	m ³ /s	Pa	W	W	–
1											
2											
9											
10											

5.2.6. Pytania kontrolne

1. Rodzaje wentylatorów i ich zastosowanie.
2. Podać podstawowe charakterystyki.
3. Sposoby regulacji wentylatorów.
4. Wymienić podstawowe wielkości charakteryzujące pracę wentylatora.
5. Omówić sposób pomiaru wydatku objętościowego powietrza za pomocą kryzy pomiarowej.
6. Podać sposób określania sprawności całkowitej wentylatora.

Aneks

Obliczenie stałej gazowej powietrza wilgotnego.

Ćwiczenie można poszerzyć, obliczając rzeczywistą wartość stałej gazowej powietrza wilgotnego. W tym celu niezbędne jest użycie psychometru w celu wyznaczenia wilgotności względnej powietrza φ . Powietrze wilgotne można traktować jako mieszaninę powietrza suchego i pary wodnej.

Stała gazowa powietrza wilgotnego:

$$R_w = \frac{0,462x + 287}{1 + 0,001x} \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$$

gdzie:

$$287 \left[\frac{\text{J}}{\text{kg}} \right] - \text{stała gazowa powietrza suchego,}$$

$$x \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right] - \text{zawartość wilgoci w gramach na 1 kg powietrza suchego.}$$

$$x = 622 \frac{p_p}{p - p_p} \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

gdzie:

- p – ciśnienie barometryczne (ciśnienie otaczającego powietrza),
- p_p – ciśnienie udziałowe (cząstkowe) pary wodnej w powietrzu wilgotnym przy danej wilgotności względnej φ .

Ciśnienie udziałowe jest równe:

$$p_p = \varphi p_s \text{ [Pa]}$$

gdzie:

- p_s – ciśnienie cząstkowe pary nasyconej suchej przy ciśnieniu atmosferycznym w zależności od temperatury pary wodnej.

Lp.	t (°C)	p_s [N/m²]
1	10	1227
2	11	1312
3	12	1402
4	13	1497
5	14	1598
6	15	1704
7	16	1817
8	17	1937
9	18	2063
10	19	2196
11	20	2337
12	21	2486
13	22	2643
14	23	2809
15	24	2983
16	25	3167
17	26	3361
18	27	3565
19	28	3780
20	29	4006
21	30	4243
22	31	4493
23	32	4755
24	33	5031

Przykład:

Dane: ciśnienie barometryczne $p = 101600$ Pa, temperatura otoczenia $t = 20^\circ\text{C}$, wilgotność względna powietrza $\varphi = 48\%$ (ciśnienie cząstkowe pary nasyconej dla danej temperatury $p_s = 2337$ Pa)

1. Ciśnienie udziałowe pary wodnej w powietrzu:

$$p_p = \varphi p_s = 0,48 \cdot 2337 = 1121,8 \text{ [Pa]}$$

2. Zawartość wilgoci x :

$$x = 622 \frac{p_p}{p - p_p} = 622 \cdot \frac{1121,8}{101600 - 1121,8} = 6,94 \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

3. Stała gazowa powietrza wilgotnego:

$$R_w = \frac{0,462x + 287}{1 + 0,001 \cdot x} = \frac{0,462 \cdot 6,94 + 287}{1 + 0,001 \cdot 6,94} = 288,2 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

ROZDZIAŁ 6

6. WIZUALIZACJA OPŁYWU CIAŁ W TUNELIKU DYMNYM

6.1. Podstawy teoretyczne

Wizualizacja ma na celu uwidocznienie różnych cech przepływu, takich jak: kierunek strug, oderwanie warstwy przyściennej, układ fal uderzeniowych itp.

W przypadku kanału otwartego lub strugi swobodnej zrealizowanie wizualizacji jest z natury rzeczy ułatwione.

Wizualizacja polega nie tylko na samej obserwacji, lecz również na rejestracji, głównie filmowej, co jest szczególnie ważne podczas przepływów z dużymi prędkościami.

Rejestracja daje możliwość przeprowadzenia analizy zachodzących zjawisk, dzięki czemu otrzymuje się wyniki nie tylko jakościowe, lecz również ilościowe. Istnieje wiele metod wizualizacji, które w sposób umowny można podzielić na dwie grupy: kontaktowe i bezkontaktowe.

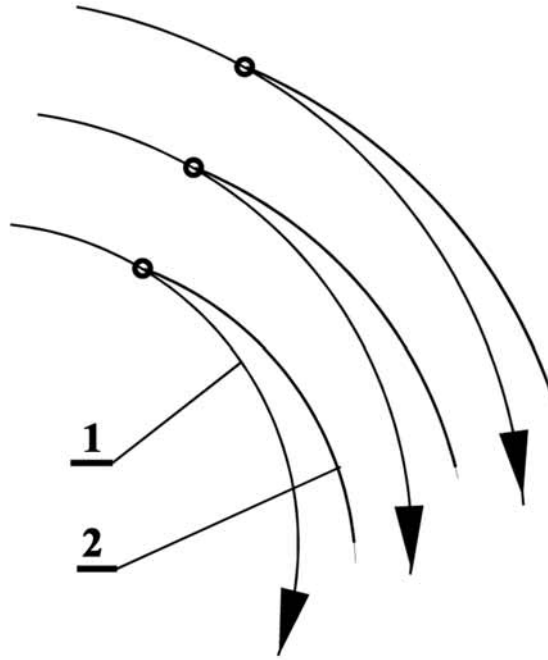
6.1.1. Metody kontaktowe

Metody kontaktowe wizualizacji – wymagają wprowadzenia do przepływu różnych substancji stałych, ciekłych lub gazowych. Zachowanie się tych substancji w przepływie daje możliwość uwidocznienia szukanych cech przepływu.

Metoda nitki – zamocowując w przepływie szereg wiotkich nitki lub operując przesuwającą sondą (pręt) z uwiązaną na końcu nitką można określić kierunki strug. Kierunki nitki obrazują przebieg umownych linii prądu. Tak się dzieje w przepływie prostoliniowym, natomiast w przepływie krzywoliniowym zachodzi pewne odchylenie nitki od rzeczywistego kierunku strug (rys. 6.1).

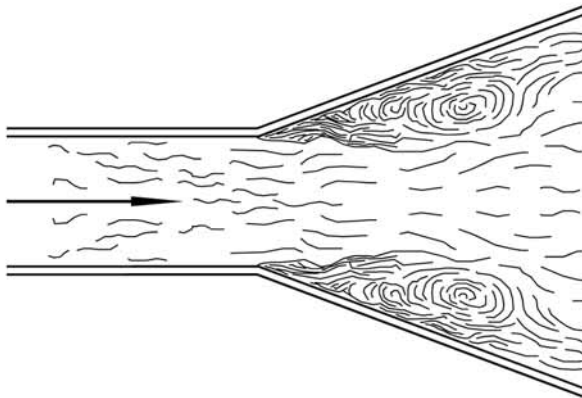
Wynika to stąd, że na końcach każdego elementu nitki działają dwie siły, które usiłują rozprostować nitkę. Siły te pochodzą od naprężenia w nitce spowodowanego tarciem płynu o jej powierzchnię.

Wizualizacja przepływu krzywoliniowego za pomocą nitki daje, zatem tylko orientację o układzie linii prądu. Za pomocą tej metody można śledzić przepływy płaskie i przestrzenne.



Rys. 6.1. Przepływ krzywoliniowy: 1 – linia prądu, 2 – nitka

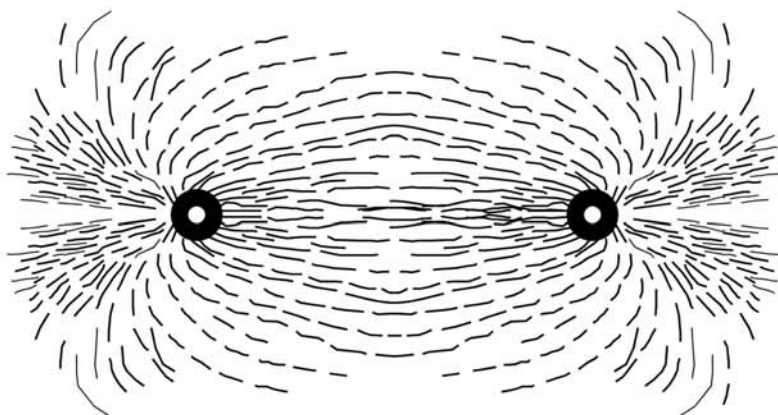
Metoda cząstek stałych – w tej metodzie korzysta się z obserwacji ruchu cząstek stałych doprowadzonych na powierzchnię cieczy w płaskich kanałach. Jako cząstki stałe są używane lekkie pyły organiczne lub nieorganiczne np. nasiona likopodium, tlenek glinu itp.



Rys. 6.2. Przepływ przez dyfuzor o dużym kącie rozwarcia

Poruszający się proszek może być łatwo obserwowany lub fotografowany. Dobierając odpowiednio długie czasy naświetlenia (ekspozycji zdjęć) otrzymuje się przesunięte (rozmażane) obrazy cząstek, co daje wyobrażenie o układzie linii prądu. Szczególnie dobrze można uwidocznzić wszelkie oderwania i zawirowania strug jak widać na rys. 6.2.

Podobną rolę mogą spełniać drobne kryształki nadmanganianu potasu co jest pokazane na rysunku 6.3.



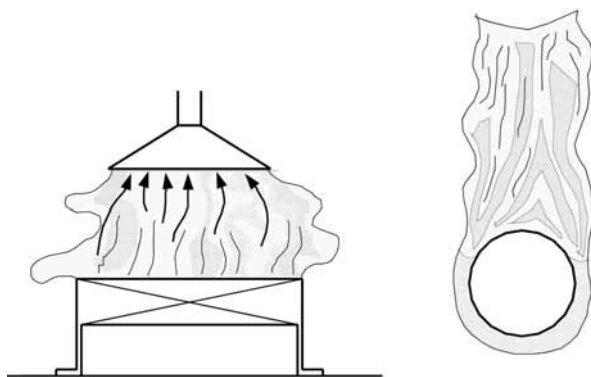
Rys. 6.3. Źródło dodatnie i ujemne

Pyły mogą być również wykorzystywane w przepływie gazów. Pył o wymiarze 8 mm zawieszony w powietrzu i fotografowany przy oświetleniu stroboskopowym, daje obraz swobodnej konwekcji powietrza. Na tej podstawie można wyznaczyć składowe prędkości w różnych punktach obszaru płaskiego.

Metoda zabarwionych strug – polega na ciągłym wytwarzaniu w obszarze przepływu cienkich strug barwnika oddalonych od siebie o jednakową odległość. Strugi te wyobrażają linie prądu.

Podczas opływu ciał strugi te ulegają odchyleniu lub zerwaniu, co można łatwo obserwować lub rejestrować. Metoda ta może być stosowana wyłącznie w przepływach laminarnych, gdyż wtedy strugi barwnika nie ulegają rozproszczeniu. Dobrą wizualizację uzyskuje się tylko w przepływach płaskich. Stosuje się kanały wodne z barwnikiem ciekłym lub tuneliki powietrza (dymne) ze strugami dymu.

Wizualizacja za pomocą zabarwionej strugi pozwoliła wykryć O. Reynoldsowi (1883 r.) zjawisko przejścia przepływu laminarnego w turbulentny i określić odpowiadającą temu wartość teoretyczną Re_{kr} . W przepływie turbulentnym zabarwiona struga miesza się szybko z otaczającym płynem w skutek działania pulsacyjnych składowych prędkości.



Rys. 6.4. Wizualizacja przy użyciu dymu:
a) ssawka, b) konwekcja wymuszona wokół pręta

Metoda generowania dymu – wytwarzając dym i śledząc jego wędrówkę, można otrzymać wiele istotnych danych o przestrzennym ruchu strug swobodnych w powietrzu. Najlepsze wyniki uzyskuje się przez zastosowanie par chłorku amonowego (salmiak), powstających z kwasu solnego i amoniaku, gdyż tworzy się wówczas gęsty nieszkodliwy obłok łatwy do obserwacji i sfotografowania jak widać na rysunku 6.4.

Na rys. 6.4.a pokazany jest obłok dymu zasysanego przez ssawkę umieszczoną nad stanowiskiem roboczym wydzielającym szkodliwe wyziewy. Dym wytwarza się po to, aby na podstawie jego zachowania móc dobrać najlepsze urządzenie wyciągowe, które później będzie sprawnie działało przy usuwaniu wyziewów. Na rys. 6.4.b widać obłok par salmiaku powstający podczas reakcji, która zachodzi między kwasem solnym zwilżającym bibułę owiniętą dookoła pręta oraz amoniakiem dodanym do płynącego powietrza.

Metoda analogii elektrycznej – pozwala wyznaczyć linie prądu na tej zasadzie, że w ustalonym przepływie przebieg tych linii jest identyczny z przebiegiem linii ekwipotencjalnych odpowiednio wytworzonego pola w elektrolicie.

Metoda śladów przyściennych – za pomocą tej metody wizualizacji można wyznaczyć obraz przepływu w warstwie przyściennej, tj. kierunki przepływu, miejsce oderwania warstwy przyściennej itd.

W tym celu pokrywa się ściankę kanału lub opływającego ciała specjalnymi farbami na całej powierzchni lub punktowo. Dobre wyniki można uzyskać stosując przy przepływie wody zwykłą farbę olejną a przy przepływie powietrza – mieszaninę sadzy lub innej farby z naftą. Po pewnym czasie na pomalowanej ściance ujawniają się szukane cechy przepływu.

6.1.2. Metody bezkontaktowe

Metody bezkontaktowe charakteryzują się tym, że dają możliwość określenia różnych cech przepływu bez wprowadzania czegokolwiek do obszaru przepływowego. Wymagają one kosztownej aparatury, wobec czego są stosowane głównie w takich przypadkach specjalnych, jak przepływy naddźwiękowe, przepływy ze spalaniem itp.

Zasada pomiarów optycznych polega na wykorzystaniu istniejących w przepływie niejednorodności optycznych – różnic gęstości gazu (ρ), gdzie $\rho = \rho(p, t)$. Niejednorodności te obrazują strukturę przepływu, tzn. wskazują na różnice prędkości, istnienie powierzchni nieciągłości, obecność frontu płomienia itp. Niejednorodności wywołują zmianę współczynnika załamania światła n .

Przybliżony związek między współczynnikiem n a gęstością gazu ρ jest następujący:

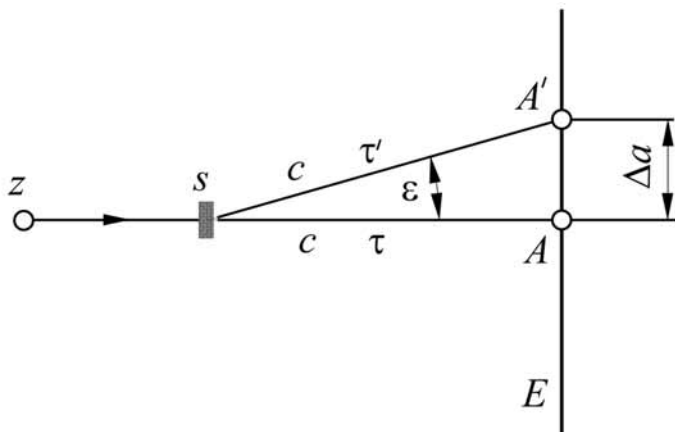
$$\frac{n-1}{\rho} = \text{const.} \quad (6.1)$$

Wyznaczenie zmian współczynnika pozwala na określenie miejscowych gęstości gazu zgodnie z zależnością:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} \approx \frac{\Delta n}{n-1} \quad (6.2)$$

Na rys. 6.5. przedstawiony jest przebieg promienia świetlnego. W gazie jednorodnym promień biegnie od źródła światła Z do punktu A , natomiast w przypadku pojawienia się niejednorodności S , promień ulega odchyleniu o kąt

ε do punktu A'' . Droga promienia c zwiększy się do wartości c , gdzie c – prędkość światła, τ – czas przebiegu. Wskutek zaburzenia biegu promieni następują zmianą oświetlenia ekranu E .



Rys. 6.5. Bieg promienia świetlnego

Istnieją trzy metody optyczne:

- metoda cieniowa; wielkością charakterystyczną jest przesunięcie a ,
- metoda smugowa; wielkością charakterystyczną jest odchylenie kątowe C ,
- metoda interferencyjna, wielkością charakterystyczną jest przesunięcie fazowe.

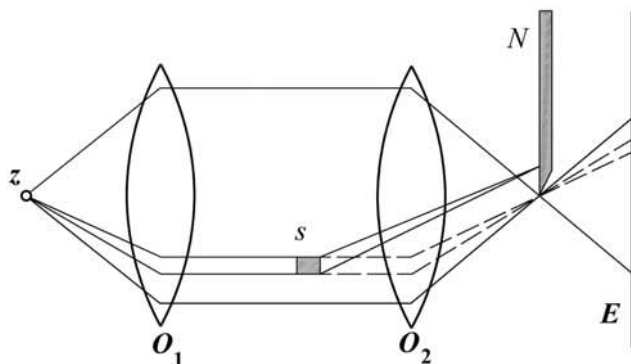
Metoda cieniowa – najprostsza z metod optycznych gdyż do jej zastosowania wystarcza punktowe źródło światła i ekran, którym może być bezpośrednio materiał światłoczuły.

Metoda ta pozwala na badanie jakościowe dużych niejednorodności optycznych np. fal uderzeniowych, ze względu na małą ostrość obrazów.

Metoda smugowa – opracowana przez Topleira (1863 r.) jest najbardziej rozposzechnioną metodą wizualizacji. W metodzie tej, znajduje zastosowanie układ soczewkowy lub zwierciadłowy z równoległą wiązką światła.

Zasada metody smugowej.

Promienie świetlne (rys. 6.6.) wychodzące ze źródła światła Z przechodzą przez obiektyw O_1 , przestrzeń pomiarową, obiektyw O_2 i padają na ekran E .



Rys. 6.6. Zasada metody smugowej

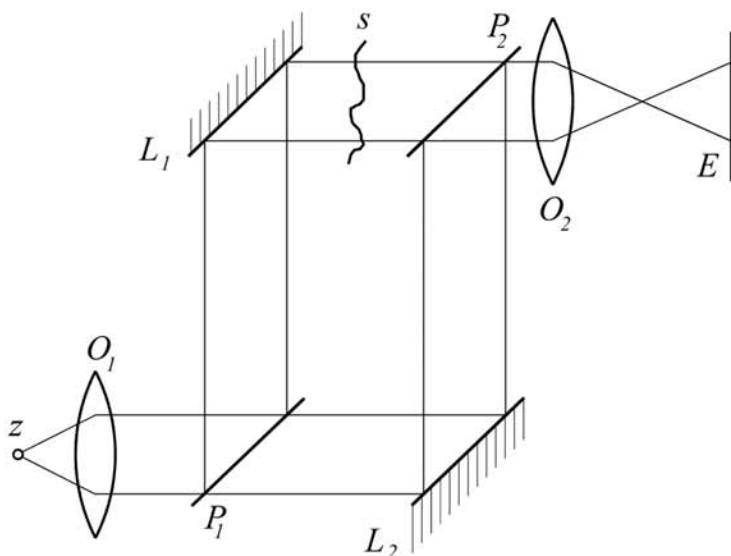
W ognisku obiektywu znajduje się tzw. nóż optyczny N . W miejscu niejednorodności S promienie ulegają ugięciu bądź w jedną, bądź w drugą stronę w zależności od tego, czy środek gazowy jest rzadszy, czy też gęstszy od pozostałej masy gazu. Jeżeli promienie się ugną jak na rysunku wówczas zostaną zatrzymane przez nóż optyczny i na ekranie pojawi się ciemny pasek, w przeciwnym przypadku pojawi się pasek jasny. Otrzymuje się w ten sposób wyniki jakościowe, natomiast wyniki ilościowe wymagają pracochłonnej oceny stopnia zaczernienia otrzymanych obrazów.

Metoda interferencyjna.

Metoda ta jest nastawiona na otrzymywanie wyników ilościowych. Są stosowane głównie dwa układy pomiarowe: Macha-Zehndera (rys. 6.7) i Michelsona.

Interferometr – zasada działania.

Niejednorodność S (rys. 6.7.) znajduje się na drodze równoległej wiązki biegnącej od źródła światła Z przez obiektyw O_1 do płytki światło dzielącej P_1 i zwierciadła L_1 , a stąd przez płytkę P_2 i obiektyw O_2 na ekran E . Druga część wiązki (nie zaburzona) po przejściu przez płytkę P_1 zostaje skierowana za pomocą zwierciadła L_2 na płytkę P_2 , gdzie łączy się z wiązką zaburzoną. Układ jest tak wyregulowany, że przy braku niejednorodności widać na ekranie liczne prążki, które w przypadku pojawienia się niejednorodności ulegają deformacji. Liczba, położenie i kształt prążków pozwalają na dokładne określenie ilościowych zmian współczynnika załamania światła n . Użycie światła laserowego poprawia i upraszcza działanie interferometru.



Rys. 6.7. Zasada działania interferometru Macha-Zehndera

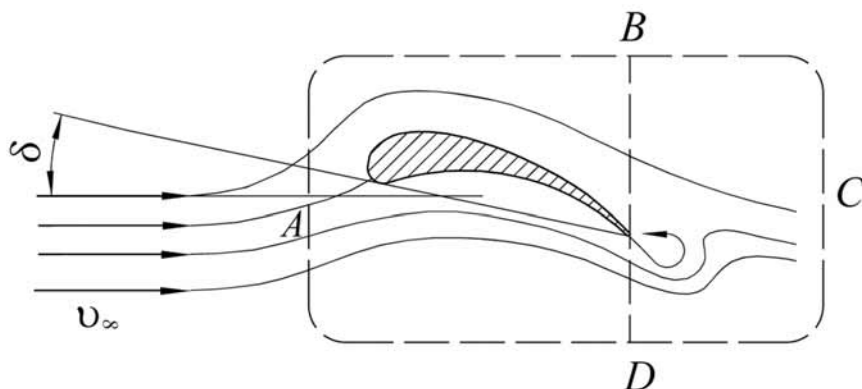
6.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest poznanie jednej z prostszych metod wizualizacji opływu ciał oraz zarejestrowanie przebiegu linii prądu podczas opływu kilku charakterystycznych ciał o kształtach opływowych i nieopływowych – w tuneliku dymnym.

Niniejsze ćwiczenie dotyczy opływu różnych ciał przy użyciu powietrza w tuneliku dymnym.

W tym przypadku została zastosowana ta sama metoda wizualizacji, która polega na użyciu barwnika, imitującego przebieg linii prądu. Cienkie strugi barwnika wprowadzone w sposób ciągły w jednakowych od siebie odstępach wyobrażają układ linii prądu w przepływie niezakłóconym. Podczas opływu ciał linie te ulegają odchyleniu lub zerwaniu, co daje się łatwo zarejestrować.

Ta metoda daje dobre wyniki tylko w przepływie płaskim, gdyż wtedy linie prądu leżą w jednej płaszczyźnie, co umożliwia ich prawidłową obserwację. Omawiana metoda wizualizacji może być stosowana wyłącznie w przepływie laminarnym, gdyż w przepływie turbulentnym strugi barwnika ulegają bezwłocznemu rozproszeniu.



Rys. 6.8. Opływ profilu lotniczego – powstawanie wiru

Z tego ostatniego ograniczenia wynika, że prędkości przepływu powietrza w przestrzeni pomiarowej powinny być bardzo małe.

Opływ ciał o kształcie opływowym i nieopływowym różni się dosyć znacznie, gdyż w pierwszym przypadku linie prądu ulegają tylko odchyleniu, a w drugim – odchyleniu i zerwaniu.

Do ciał o kształcie opływowym należą ciała wydłużone, np. profile lotnicze, zaś do ciał o kształcie nieopływowym – ciała pogrubione np. walec, kula itp. Ciało opływowe może stać się nieopływowym, jeżeli zostanie ustawione ukośnie lub poprzecznie do kierunku przepływu.

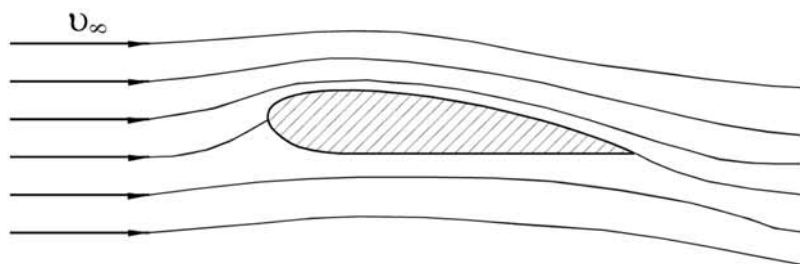
Rozpatrzony zostanie opływ pojedynczego profilu lotniczego (rys. 6.8).

Cyrkulacja prędkości dookoła profilu zależy od prędkości przepływu niezakłóconego i od kąta natarcia. Kąt natarcia jest to kąt między kierunkiem przepływu niezakłóconego a cięciwą profilu, zaś cięciwa profilu jest to linia styczna do spodu profilu lub prosta łącząca dwa najbardziej odległe punkty konturu. Cyrkulacja prędkości, a tym samym i siła nośna, zmienia się w przypadku skrzydła samolotu od zera przed startem do pewnej wartości podczas lotu, przy czym wykonywanie przez samolot ewolucji jest związane również ze zmianą cyrkulacji wskutek zmiany prędkości i kąta.

Zgodnie z twierdzeniem Thomsona, cyrkulacja prędkości wzdłuż dowolnej krzywej zamkniętej zachowuje wartość stałą. Tę sprzeczność z poprzednim stwier-

dzeniem można wyjaśnić w sposób następujący: przy wzroście prędkości, bądź zwiększeniu kąta, zmienia się cyrkulacja o (+), zaś przy zmniejszeniu prędkości, bądź zmniejszeniu kąta, zmienia się o (-).

Pojawia się wówczas i odrywa od profilu tzw. wir początkowy, w pierwszym przypadku o cyrkulacji (-), w drugim zaś o cyrkulacji (+). W rezultacie tego cyrkulacja wzdłuż krzywej ABCD obejmującej profil i wir zachowuje stałą wartość. Podczas opływu profilu bez oderwania następuje odchylenie i przemieszczenie linii prądu.



Rys. 6.9. Opływ profilu bez oderwania

Dotychczasowy równomierny układ linii prądu w przepływie niezakłóconym ulega zagęszczeniu na grzbiecie, a rozrzedzeniu na spodzie profilu. Zmniejszenie odległości między liniami prądu, oznacza przyśpieszenie przepływu i zmniejszenie ciśnienia, zaś wzrost odległości – opóźnienie przepływu i zwiększenie ciśnienia. Obserwując opływ profilu można, zatem w sposób jakościowy określić rozkład ciśnień na profilu, czyli można określić odcinki profilu, na których panuje pod- lub nadciśnienie w stosunku do ciśnienia statycznego w przepływie niezakłóconym. Można również określić miejsca maksymalnej wartości pod- lub nadciśnień.

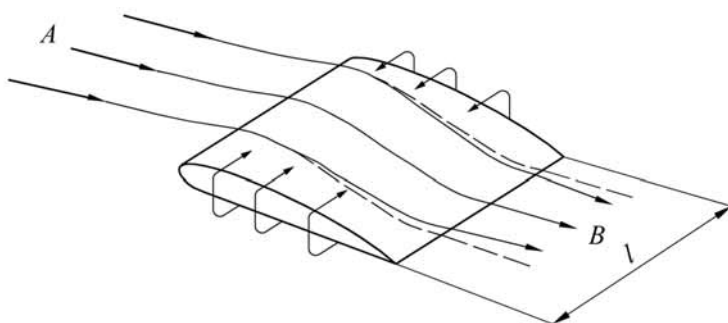
Na grzbietowej stronie profilu panuje podciśnienie a na spodniej – nadciśnienie. Dzieje się tak zawsze z wyjątkiem opływu z ujemnymi kątami natarcia i opływu profiliów symetrycznych z zerowym kątem natarcia. Ujemny kąt, jest to kąt liczony od cięciwy w przeciwnym kierunku niż na rys. 6.8. przedstawiającym powstawanie wiru początkowego.

W przypadku profilów o skończonej długości l , różnica ciśnień na spodniej i grzbietowej stronie profilu wywołuje przepływ na końcach profilu rys. 6.10.

Wskutek tego linie prądu na grzbiecie profilu nachylają się ku środkowej linii prądu AB , czyli przebiegają, tak jak to pokazują linie pełne, a nie przerywane.

Odwrotnie dzieje się na spodniej stronie profilu, tzn. linie prądu odchylają się od środkowej linii prądu.

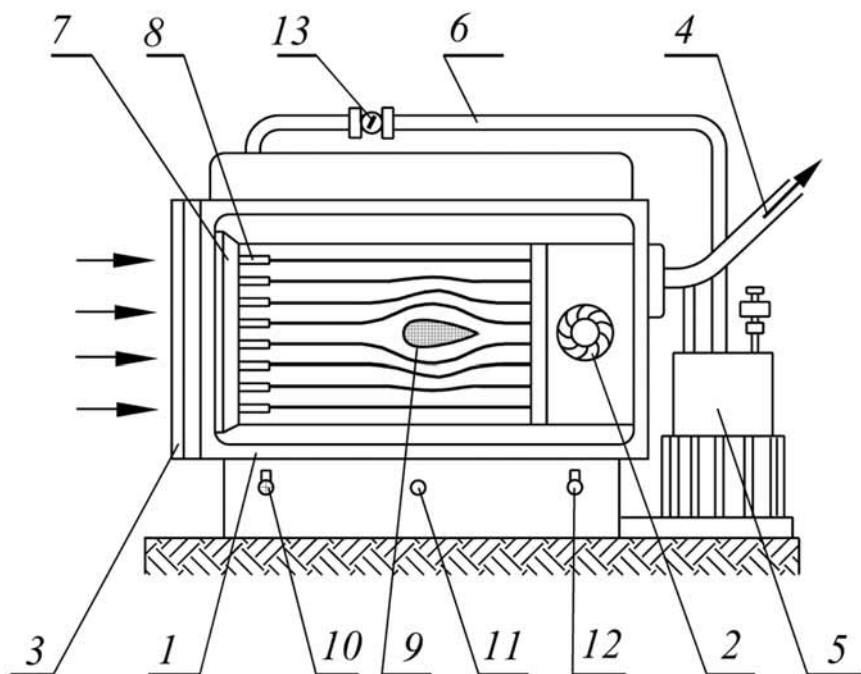
Podczas opływu ciał o kształcie nieopływowym, czyli takich ciał jak walec kołowy, płytka ustawiona prostopadłe do kierunku przepływu itp. występuje zjawisko odrywania warstwy przyściennej.



Rys. 6.10. Opływ profilu o skończonej długości

6.2.1. Schemat i opis stanowiska pomiarowego

Tunelik dymny (rys. 6.11) jest małym tunelem aerodynamicznym o obiegu otwartym z zamkniętą przestrzenią pomiarową o przekroju prostokątnym obudowa 1 jest wykonana z drewna, przy czym przednia ściana stanowi przezroczystą płytę z metapleksu. Wentylator 2 napędzany silnikiem zasysa czyste powietrze do wnętrza tunelika przez siatkę 3, a wyłacza powietrze zadymione na zewnątrz przez rurociąg 4. Dym jest wytwarzany w wytwornicy 5, która składa się ze szczelnego korpusu metalowego wyposażonego w grzałkę elektryczną oraz ze zbiorniczka oleju. Część powietrza z przestrzeni pomiarowej tunelika dopływa do wytwornicy dymu. Dym powstaje wskutek częściowego spalania kropelek oleju spadających na grzałkę. Dym płynie przewodem 6 do kanału zbiorczego 7 a stąd przez cienkie rurki 8 wypływa w postaci strug do przestrzeni pomiarowej tunelika. Czarne tło wnętrza tunelika ułatwia obserwację jasnych strug dymu. Ciało opływane 9 mocuje się na tylnej ścianie tunelika.



Rys. 6.11. Tunelik dymny

Tunelik jest wyposażony w pokręta:

- do oświetlenia przestrzeni pomiarowej (10)
- do zmiany częstotliwości obrotów wentylatora (11)
- do włączenia generatora dymu (12)
- do regulacji przepływu dymu (13)

6.2.2. Metodyka pomiarów i obliczeń

Pomiary w tuneliku dymnym.

1. Uruchomić tunelik i umieścić kolejno w przestrzeni pomiarowej (wg wskazań prowadzącego).

- symetryczny profil lotniczy
- półpiersień
- niesymetryczny profil lotniczy
- walec

2. Profil symetryczny ustawić pod różnymi kątami natarcia, np. = 0° , 10° , 20° , 30° .

3. Półpiersień ustawić w dwóch położeniach.

4. Profil niesymetryczny ustawić w dwóch położeniach.

Narysować przebieg linii prądu przy opływie wszystkich ciał.

Kształty ciał i ich ustawienie podaje tabela 1.

Tabela 1. Ustawienie ciał w tuneliku dymnym

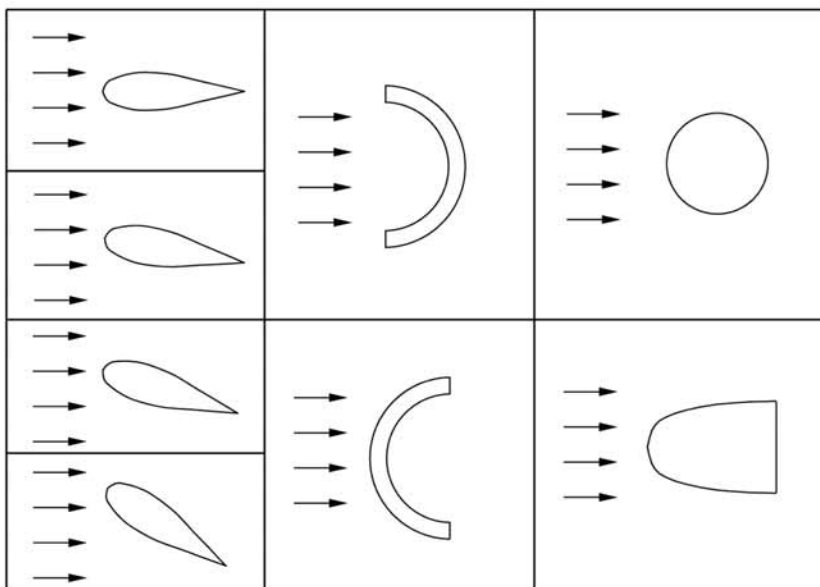
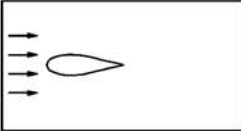











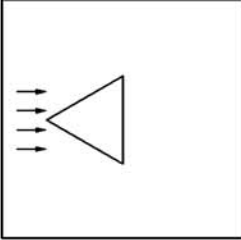
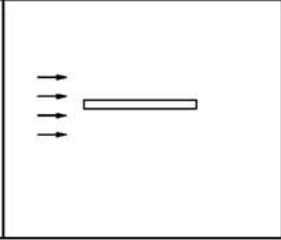
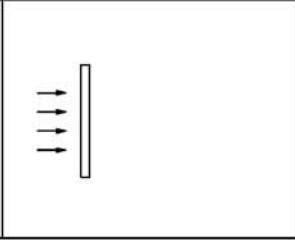


Tabela 2. Wyniki pomiarów

W poniższej tabeli wrysować zaobserwowane opływy charakterystycznych profili.

6.2.3. Pytania kontrolne

1. Omówić metody kontaktowe wizualizacji opływu ciał.
2. Omówić metody bezkontaktowe wizualizacji opływu ciał.
3. Narysować charakterystyczne linie opływu profilu lotniczego.
4. Zasada działania tuneliku dymnego.
5. Jakie równania i spostrzeżenia pozwalają oszacować zmianę prędkości i ciśnień na podstawie zmian odległości między liniami prądu?
6. Gdzie znajdują się miejsca ekstremalnych (dodatnich i ujemnych) ciśnień profilu?
7. Czym różni się układ linii prądu podczas opływu ciał o kształcie opływowym i nieopływowym?
8. Jaki jest kierunek obrotu wirów początkowych?

ROZDZIAŁ 7

7. PRZYSTAWKI

7.1. Podstawy teoretyczne

Przystawki są to króćce rurowe będące przedłużeniem otworu znajdującego się w ścianie zbiornika. Przystawki mają dwójaki cel: nadanie kierunku wypływającej strudze oraz spowodowanie zmiany ilości wypływającego płynu. Przystawki mogą być mocowane do zbiornika w ten sposób, że ich oś jest zorientowana pionowo, poziomo lub ukośnie. Przekrój przystawek może być stały lub zmienny wzdłuż ich osi. Mogą być umieszczone na zewnątrz lub wewnątrz zbiornika.

7.1.1. Zjawiska towarzyszące wypływowi cieczy.

Kontrakcja i strata prędkości

Obserwując strumień wypływający przez otwór w ścianie lub w dnie zbiornika zauważymy, że przekrój strumienia w pewnej odległości od otworu wylotowego jest mniejszy od przekroju samego otworu. Zjawisko to nosi nazwę „kontrakcji strumienia”. Stosunek przekroju strumienia wypływającego A_S zmierzony w pewnej odległości od otworu wylotowego do przekroju otworu wylotowego A nazywamy „współczynnikiem kontrakcji i oznaczamy grecką literą β .”

$$\beta = \frac{A_S}{A}.$$

Pomiary współczynnika kontrakcji wykazały, że jego wartości zależą od prędkości i lepkości cieczy wypływającej oraz od wymiaru otworu, tj. od liczby Reynoldsa Re .

Teoretycznie obliczona wartość współczynnika kontrakcji dla otworu kołowego i dla cieczy nielepkiej wynosi:

$$\beta \approx 0,61.$$

Dla innych otworów wartość współczynnika β jest w przybliżeniu podobna. W rzeczywistości wartość współczynnika β dąży do teoretycznie obliczonej war-

tości $\beta = 0,61$. Wynika to stąd, że w przepływie z dużymi prędkościami siły bezwładności przeważają nad siłami lepkości, co upodabnia przepływ do przepływu cieczy nielepkiej.

Wpływ lepkości cieczy ujmuje natomiast „współczynnik straty prędkości” α , który jest równy stosunkowi prędkości rzeczywistej v_{rz} do prędkości teoretycznej v

$$\alpha = \frac{v_{rz}}{v}.$$

Dla dużych liczb Reynoldsa $\alpha \approx 0,98$.

Iloczyn współczynnika kontrakcji β i współczynnika straty prędkości α nosi nazwę współczynnika wydatku μ

$$\mu = \beta \cdot \alpha.$$

Dla otworów ostrokrawędziowych jest w zakresie dużych liczb Reynoldsa prawie stała i wynosi:

$$\mu \approx 0,6.$$

Strumień objętości \dot{V} dla otworów ostrokrawędziowych musi być obliczany z uwzględnieniem współczynnika wypływu μ :

$$\dot{V} = \mu \cdot A \cdot v.$$

Wydatek masowy \dot{m} wynosi odpowiednio:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \mu \cdot A \cdot v \cdot \rho,$$

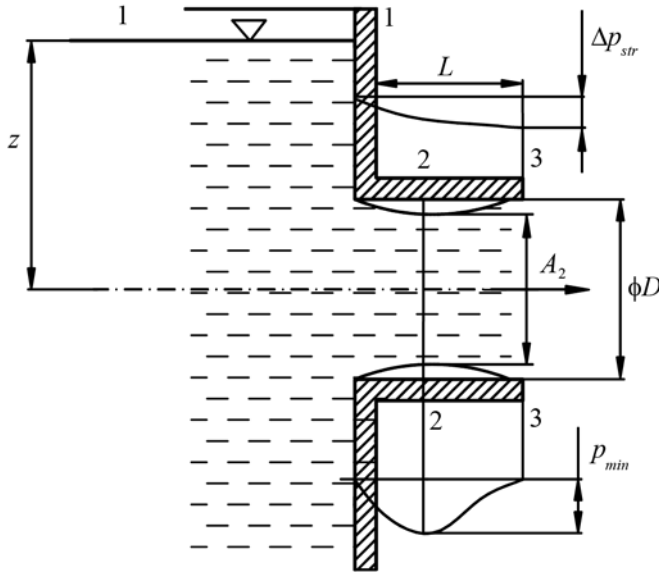
gdzie:

ρ – gęstość cieczy.

7.7.2. Przepływ cieczy przez przystawkę zewnętrzną

Przepływ cieczy przez poziomą przystawkę zewnętrzną o średnicy D i długości L pokazano na rysunku 7.1. Jeżeli $L \geq 2D$ to struga rozszerza się przed wylotem

przystawki. W przekroju 2 istnieje największa prędkość przepływu v_2 a tym samym najniższe ciśnienie $p_2 = p_{min}$, przy czym jest to podciśnienie w stosunku do ciśnienia atmosferycznego.



Rys. 7.1. Przepływ cieczy przez poziomą przystawkę zewnętrzną

Dla przekrojów 1 i 3 z równania Bernoulliego wynika zależność:

$$h = \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_{str}}{\rho \cdot g},$$

gdzie:

p_{str} – ciśnienie stracone między przekrojami 1 i 3 na skutek straty miejscowej.

$$p_{str} = \rho \frac{(v_2 - v_3)^2}{2}.$$

Uwzględniając równanie ciągłości przepływu i współczynnik kontrakcji strugi β można napisać:

$$v_2 = v_3 \frac{A}{A_2} = \frac{v_3}{\beta},$$

gdzie:

- $A = A_3$ – powierzchnia przekroju przystawki,
- A_2 – powierzchnia przekroju strugi w miejscu 2,
- v_2, v_3 – prędkości strugi w miejscu 2, 3,
- β – współczynnik kontrakcji strugi.

Z powyższych równań po prostych przekształceniach otrzymuje się:

$$v_3 \left[1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2 \right] = 2gz.$$

Uwzględniając dodatkowo współczynnik straty prędkości α można napisać:

$$v_3 = \alpha \sqrt{\frac{2gz}{1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2}}.$$

Strumień objętości \dot{V} przystawki wynosi:

$$\dot{V}_p = A \cdot v_3 = \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2}} \cdot A \cdot \sqrt{2gz}.$$

Porównując powyższy strumień objętości ze strumieniem objętości wypływającym z otworu ostrokrawędziowego (bez przystawki) otrzymujemy:

$$\frac{\dot{V}_p}{\dot{V}} = \frac{\alpha \cdot A \cdot \sqrt{2gz}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right)^2} \cdot \beta \cdot \alpha \cdot A \cdot \sqrt{2gz}},$$

$$\frac{\dot{V}_p}{\dot{V}} = \frac{1}{\beta \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1 \right)^2}}.$$

Przyjmując $\beta = 0,625$ otrzymuje się z powyższego równania

$$\frac{\dot{V}}{V} = 1,37.$$

Oznacza to, że przepływ przez przystawkę jest większy w tym przypadku o 37% od przepływu przez równoważny otwór ostrokrawędziowy. Ten zwiększony przepływ pochodzi stąd, że przystawka wywołuje działanie ssące, gdyż ciśnienie w przekroju 2 jest niższe od ciśnienia atmosferycznego. W miarę wzrostu długości L przystawki maleje efekt jej działania z uwagi na wzrost oporów tarcia w wydłużonej przystawce.

7.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest:

- Zapoznanie się z budową i działaniem przystawek.
- Porównanie teoretycznych i pomierzonych wartości współczynnika wydatku dla przystawki pionowej.

7.2.1. Wartości współczynnika wypływu dla przystawki

Współczynniki charakteryzujące wypływ z przystawki zależą od jej kształtu, od zakresu pracy i od liczby Reynoldsa. Dla dużych liczb Reynoldsa ($Re > 10^5$) współczynniki te mają prawie stałą wartość.

Współczynnik wydatku przystawki walcowej o ostrych brzegach w funkcji stosunku długości l przystawki do jej średnicy d :

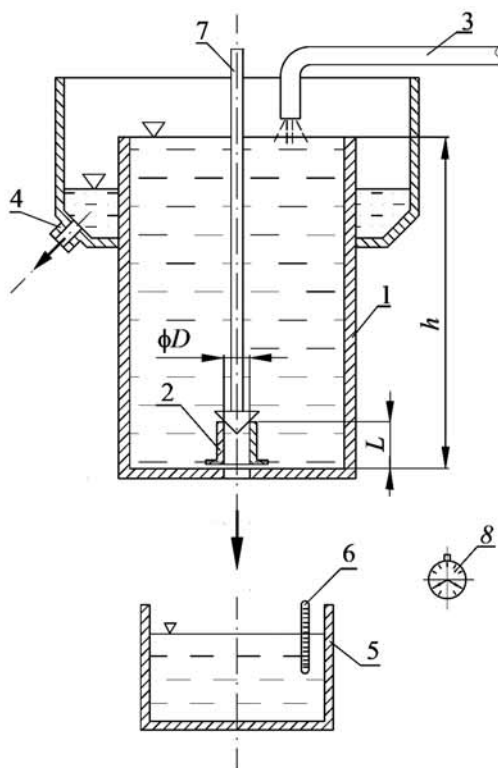
Tablica 1

l/d	2 ÷ 3	12	24	36	48	60
$\mu = \alpha \cdot \beta$	0,82	0,77	0,75	0,68	0,63	0,60

Oprócz przystawek cylindrycznych stosowane są również przystawki stożkowe (o przekroju zwiększającym się w kierunku przepływu cieczy). Przykładem takiej przystawki jest tzw. rura ssąca w turbinach wodnych. Efekt zwiększenia wydatku przepływającej cieczy w przypadku zastosowania przystawki znany był już w sta-

rożytności. Inspektor wodociągów rzymskich Julius Sextus Frontinus wspomina w dziele „De acque ductibus urbis Romae Commentarius” ok. 80 r. p.n.e. o prawie zabraniającym stosowania przystawek do otworów wodociągowych wydających wodę mieszkańcom. W ten sposób prawo zapobiegało wykradaniu wody z sieci za pomocą przystawek rozbieżnych w systemie, w którym opłaty wodne były proporcjonalne do powierzchni przekroju odcinka przewodu doprowadzającego wodę do użytkownika.

Zjawisku obniżania się ciśnienia cieczy w przystawce (szczególnie jest to widoczne w rurach ssawnych turbin wodnych) towarzyszy tzw. „kawitacja”.



Rys. 7.2. Schemat stanowiska pomiarowego

Schemat stanowiska pomiarowego jest przedstawiony na rysunku 7.2. Zasadniczym elementem stanowiska pomiarowego jest zbiornik 1, w dnie którego wykonany jest otwór ostrokrawędziowy o średnicy $D = 7$ mm. Do otworu

może być dołączona przystawka 2. Przewodem 3 doprowadzana jest woda do zbiornika, w którym otwór wykonany w dnie jest zamknięty zatyczką 7.

Woda wypełnia zbiornik, a jej nadmiar przelewa się przez krawędzie zbiornika i może być odprowadzony przelewem 4. Zapewnia to utrzymanie stałej wysokości h w zbiorniku. Stanowisko wyposażone jest ponadto w termometr do pomiaru temperatury wody 6, stoper do pomiaru czasu wypływu objętości wody ze zbiornika 8 oraz wagę szalkową do pomiaru masy tej objętości wody.

7.2.3. Metodyka pomiarów i obliczeń

Pomiary sprowadzają się do określenia masowego natężenia strumienia wody wypływającej ze zbiornika przez otwór ostrokrawędziowy \dot{m}_0 i przez przystawkę \dot{m}_p . Mając te wielkości zmierzone możemy określić współczynniki wypływu: μ_0 – dla otworu ostrokrawędziowego i μ_p – dla przystawki, a następnie porównać je z wielkościami teoretycznymi.

$$\dot{m}_0 = \mu_0 \cdot A_0 \cdot \sqrt{2gh},$$

$$\dot{m}_p = \mu_p \cdot A_p \cdot \sqrt{2gh},$$

gdzie:

$$A_o = \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{– pole przekroju poprzecznego otworu i przystawki,}$$

$$D = 8 \text{ mm}$$

$$h \text{ – wysokość swobodnej powierzchni cieczy, } h = 248 \text{ mm}$$

W celu pomiaru strumieni masy \dot{m}_0 i \dot{m}_p należy przy zamkniętym zatyczką 7 otworze napełnić zbiornik i wyregulować strumień wody w przewodzie 3 tak, aby część wody wypływała przelewem 4. Przy odjętej przystawce 2 podstawić naczynie 5 pod otwór wylotowy ze zbiornika 1 i jednocześnie wyjąć zatyczkę 7 i włączyć stoper 8. Po napełnieniu zbiornika 5 włożyć zatyczkę 7 w otwór wylotowy ze zbiornika 1 uniemożliwiając dalszy wypływ wody i wyłączyć stoper. Zanotować masę \dot{m}_0 wody w zbiorniku 5 oraz czas jej wypływu T_0 . Ten pomiar powtórzyć trzykrotnie. Potem dołączyć przystawkę 2 i powtórzyć opisane czynności – tym razem dla przystawki. Wyniki zapisać w tabeli.

7.3. Tabela pomiarów

Lp.	m_0	m_p	T_o	T_p
	kg	kg	s	s
1.				
2.				

7.4. Tabela wyników obliczeń

Lp.	\dot{m}_0	\dot{m}_p	μ_0	μ_p
	kg/s	kg/s	–	–

7.5. Wnioski

Oceń wielkości współczynników wypływu dla otworu ostrokrawędziowego i dla przystawki. Wyjaśnij przyczynę zwiększenia objętościowego natężenia wypływu cieczy w przypadku zastosowania przystawki.

7.6. Pytania kontrolne

1. Wyjaśnij pojęcie kontrakcji strugi.
2. Wyjaśnij pojęcie współczynnika straty prędkości.
3. Zdefiniować pojęcie współczynnika wydatku.
4. Omówić charakter przepływu cieczy przez przystawkę zewnętrzną.
5. Omówić rodzaje, budowę przystawek i ich działanie.

ROZDZIAŁ 8

8. CECHOWANIE RURKI PRANDTLA

8.1. Podstawy teoretyczne

Sondy (rurki ciśnieniowe), zwane także sondami pneumatycznymi, służą do pomiaru ciśnień: całkowitego p_c , statycznego p i dynamicznego p_d . Związek między tymi ciśnieniami dla płynów nieściśliwych (ciecze, powietrze płynące z niewielkimi prędkościami) wyraża równanie Bernoulliego w postaci:

$$p_c = p + p_d = p + \rho \frac{c^2}{2}$$

pomiary ciśnień mogą być wykorzystane do obliczenia prędkości przepływu „c”.

$$c = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_c - p)} = \sqrt{\frac{2p_d}{\rho}} \quad (8.1)$$

gdzie:

p_d – ciśnienie dynamiczne [N/m²]

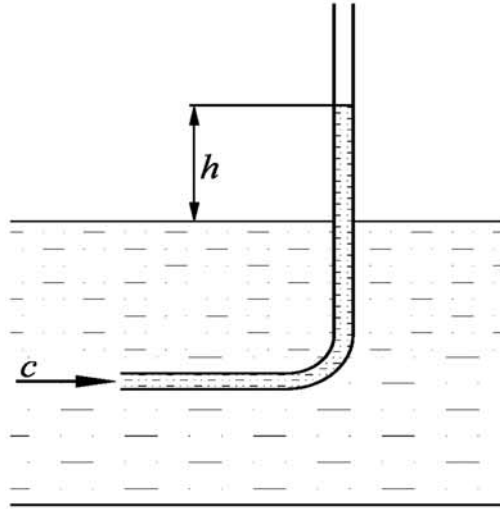
ρ – gęstość płynu [kg/m³]

Sonda ciśnieniowa wraz z manometrem cieczowym stanowi zestaw pomiarowy. Pomiary przy użyciu sond pneumatycznych mają charakter punktowy – umożliwiają pomiar prędkości w miejscu, w którym znajduje się wlot do sondy. Małe wymiary sond nie wywołują praktycznie w przepływie żadnych dodatkowych strat ciśnienia.

Istnieje szereg konstrukcji rurek ciśnieniowych. Na rys. 8.1 i 8.3 pokazano zasadę działania dwóch charakterystycznych konstrukcji: rurki Pitota i rurki Prandtla.

8.1.1. Sonda Pitota – sonda ciśnienia całkowitego

Sonda Pitota służy do pomiaru ciśnienia całkowitego p_c . Na rysunku 8.1. przedstawiono sondę Pitota służącą do pomiaru przepływu wody w kanale otwartym. Sonda taka jest rurką szklaną zagiętą pod kątem 90° i zwróconą wlotem pod prąd.



Rys. 8.1. Rurka Pitota

W otworze wlotowym ustala się ciśnienie całkowite wskutek spiętrzenia ciśnienia. Ciśnienie to jest mierzone bezpośrednio w rurce pionowej jak w piezometrze. Wartość ciśnienia dynamicznego wynosi:

$$p_d = \rho g h$$

stąd prędkość przepływającej wody:

$$c = \sqrt{2 g h}$$

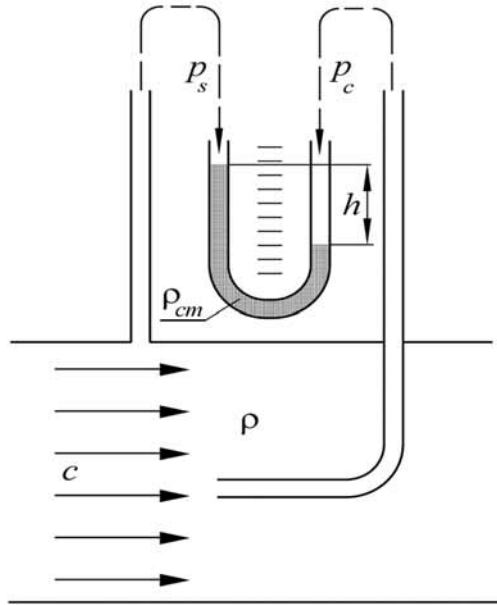
Do pomiaru prędkości gazu płynącego w kanale zamkniętym za pomocą sondy Pitota, należy dodatkowo wykonać w rurce otwór służący do odbioru ciśnienia statycznego – jak to pokazano na rysunku 8.2. Ciśnienia: całkowite i statyczne są porównywane w manometrze cieczowym w kształcie U – rurki.

Ciśnienie dynamiczne jest równe:

$$p_d = \rho_{cm} g h$$

gdzie:

ρ_{cm} – gęstość cieczy manometrycznej [kg/m³]



Rys. 8.2. Zasada pomiaru rurkami spiętrzającymi

Pomiar prędkości sondą Pitota wymaga wiercenia w rurociągu dwóch otworów co jest wadą tej konstrukcji. Rurka Pitota stosowana jest do pomiaru prędkości cieczy w kanałach otwartych.

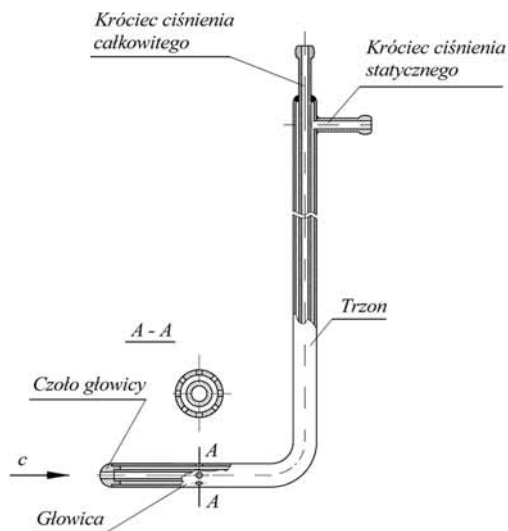
8.1.2. Sonda ciśnienia dynamicznego Prandtla

Sonda Prandtla służy do pomiaru ciśnienia dynamicznego p_d jako różnicy ciśnienia całkowitego p_c i statycznego p . Rurkę Prandtla (rys. 8.3) tworzą współosiowo usytuowane: rurka zewnętrzna i wewnętrzna. Rurka wewnętrzna służy do pomiaru ciśnienia całkowitego i jest zwykłą rurką Pitota.

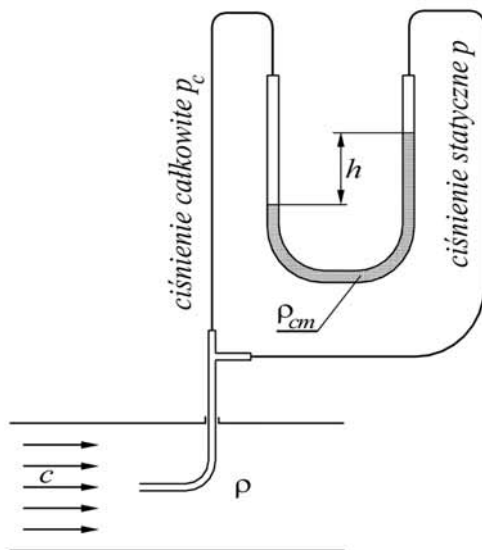
Na bocznej ścianie rurki zewnętrznej w jej części zwanej głowicą sondy znajduje się otwór (w przekroju $A-A$) do pomiaru ciśnienia statycznego. Odbiór ciśnienia statycznego jest możliwy przez odpowiednie króćce.

Sonda ciśnieniowa wraz z manometrem cieczowym stanowi jeden zespół pomiarowy. Rysunek 8.4 przedstawia zestaw pomiarowy składający się z sondy Prandtla i manometru mierzącego ciśnienie dynamiczne.

Sondy ciśnienia dynamicznego zostały w wielu krajach znormalizowane. Największe rozpowszechnienie zyskała konstrukcja sondy oparta na niemieckiej normie DIN.



Rys. 8.3. Schemat rurki Prandtla



Rys. 8.4. Pomiar prędkości za pomocą sondy Prandtla

Zachowanie wymiarów zalecanych w normie zapewnia prawidłowy pomiar prędkości.

Warunkiem prawidłowego pomiaru ciśnienia statycznego za pomocą sondy Prandtla jest gładkość otworków od strony przepływu (brak zadziorów pozostałych po wierceniu otworu) oraz prostopadłość osi otworka do powierzchni ścianki kanału.

Dokładność pomiaru sondami ciśnieniowymi jest znacznie większa niż anemometrami, ale mniejsza niż zwężkami (kryzami, dyszami pomiarowymi). Zakres stosowania sondy Prandtla do pomiaru prędkości ograniczony jest od strony małych prędkości wpływem sił lepkości, a od strony prędkości dużych występowaniem prostopadłej fali uderzeniowej przed czułką sondy. Sonda omawianego rodzaju działa poprawnie w zakresie liczb:

– Dolną granicę stosowalności wyznacza minimalna liczba Reynoldsa

$$Re_{\min} = \frac{cd}{\nu} \geq 700$$

gdzie:

c – mierzona prędkość przepływu [m/s]

d – średnica czułki sondy [m]

ν – lepkość kinematyczna [m²/s].

– Górną granicę wyznacza liczba Macha Ma :

$$Ma = \frac{c}{a} \leq 0,85$$

gdzie:

c – mierzona prędkość przepływu [m/s]

a – prędkość dźwięku w płynie [m/s], $a = \sqrt{\chi RT}$

gdzie:

χ – wykładnik adiabaty płynu

R – stała gazowa płynu [J/kg·K]

T – temperatura płynu [K]

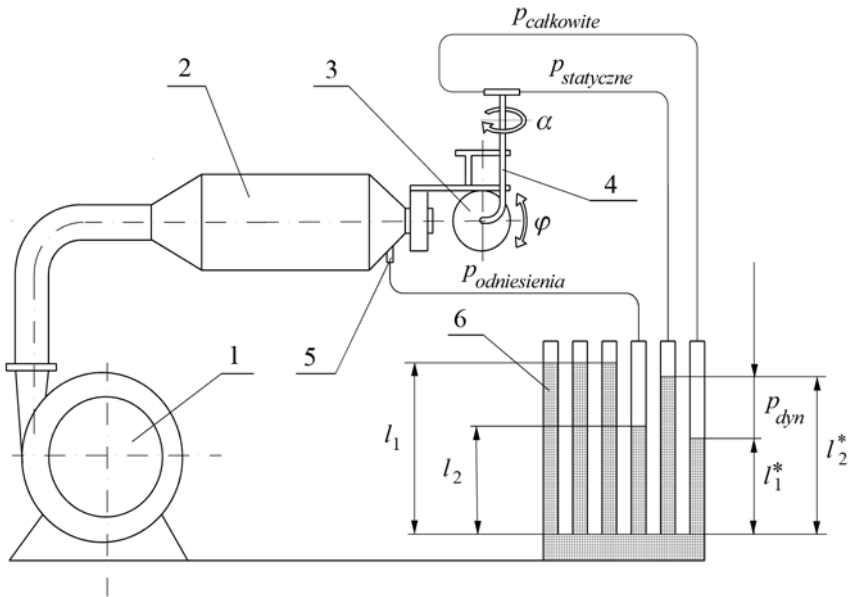
8.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest wykonanie charakterystyk kierunkowych sondy Prandtla przy wykorzystaniu tunelika poddźwiękowego z wypływem strumienia powietrza do atmosfery.

Warunkiem prawidłowego pomiaru ciśnienia sondą Prandtla jest równoległe ustawienie osi czułki sondy względem kierunku napływu. Błąd wskazań jest niewielki, o ile odchylenie od tego kierunku nie przekracza $\alpha = \pm 5^\circ$, co łatwo uzyskać nawet przy ustawieniu sondy „na oko”. Dla wszystkich nowo wykonanych sond Prandtla wykonuje się tzw. cechowanie (wzorcowanie) sondy, które pozwala ujawnić błędy ciśnienia całkowitego, statycznego i dynamicznego (a więc i prędkości) w funkcji nieosiowego ustawienia czułki sondy względem kierunku napływającego strumienia płynu.

8.2.1. Stanowisko pomiarowe

Schemat stanowiska pomiarowego do cechowania sondy Prandtla przedstawiony jest na rysunku 8.5.



Rys. 8.5. Schemat stanowiska pomiarowego

Wentylator pomiarowy (1) tłoczy powietrze do tunelika poddźwiękowego (2). Z tunelika powietrze wypływa do atmosfery przez odpowiednio wyprofilowaną dyszę, tzw. dyszę Witoszyńskiego. Dysza ta zapewnia równomierny wypływ powietrza (wyrównane pole prędkości w całym przekroju otworu wypływowego). Do końca dyszy przymocowana jest specjalna przystawka (suport) (3) konstrukcja suportu pozwala na obrót sondy względem dwóch wzajemnie prostopadłych osi, poziomej (kąt φ) i pionowej (kąt α). Króćce wylotowe sondy (4) połączone są przewodami impulsowymi z mikromanometrem (6). Ponadto do mikromanometru doprowadzone jest ciśnienie panujące wewnątrz tunelika, odbierane z miejsca (5) gdzie prędkość powietrza wewnątrz tunelika jest bardzo mała. Jest to (z dobrym przybliżeniem) ciśnienie całkowite w tuneliku.

8.2.2. Metodyka pomiarów

Cechowaną sondę należy zamocować w uchwycie suportu tak, aby końcówka pomiarowa sondy ustawiona równolegle do kierunku przepływu znalazła się na osi poziomej otworu dyszy wylotowej tunelika (konstrukcja mocowania sondy zapewnia, że przemieszczenia końca pomiarowego sondy w strudze są minimalne podczas obrotu i pochylania sondy).

W początkowym okresie pomiaru oba kąty α i φ na skalach kątowych suportu powinny być równe zero – sonda ustawiona pionowo, równolegle do osi podłużnej otworu wylotowego tunelika. Po uruchomieniu wentylatora należy odczekać kilka minut w celu ustabilizowania się warunków przepływu, a następnie rozpoczynając pomiary. W tabeli pomiarowej należy zapisywać odpowiednie wskazania mikromanometru odpowiadające kątom ustawienia sondy α i φ . Przy czym najpierw ustawiamy kąt φ na zero i zmieniamy kąt α co 5 stopni w granicach $-20^\circ < \varphi < +20^\circ$ zapisując wskazania mikromanometru. Następnie ustawiamy kąt α na zero i zmieniamy odpowiednio kąt φ w granicach $-20^\circ < \varphi < +20^\circ$.

Po zanotowaniu wyników pomiarów w tabeli pomiarów, należy obliczyć błędy pomiarowe cechowanej sondy.

Błąd pomiaru ciśnienia statycznego:

$$\lambda = \frac{p - p^*}{p_d} 100\% \quad (8.2)$$

gdzie:

$p^* = l^*$ – wskazanie manometru w rurce połączonej z króćcem ciśnienia statycznego,

$p = l_1$ – wskazanie manometru w rurce połączonej z atmosferą,

$p_d = l_1 - l_2$ – różnica wskazań manometru pomiędzy rurką połączoną z króćcem ciśnienia wzorcowego a rurką manometru połączoną z atmosferą. Statycznym ciśnieniem wzorcowym jest ciśnienie atmosferyczne.

Błąd pomiaru ciśnienia dynamicznego:

$$\lambda_d = \frac{p_d^* - p_d}{p_d} 100\% \quad (8.3)$$

gdzie:

$p_d^* = l_2^* - l_1^*$ – różnica wskazań manometru między rurką połączoną z otworkiem ciśnienia statycznego w sondzie Prandtla i otworkiem ciśnienia spiętrzenia w sondzie,

p_d – jak wyżej

Błąd pomiaru ciśnienia całkowitego:

$$\lambda_c = \frac{p_c^* - p_c}{p_d}, \quad (8.4)$$

gdzie:

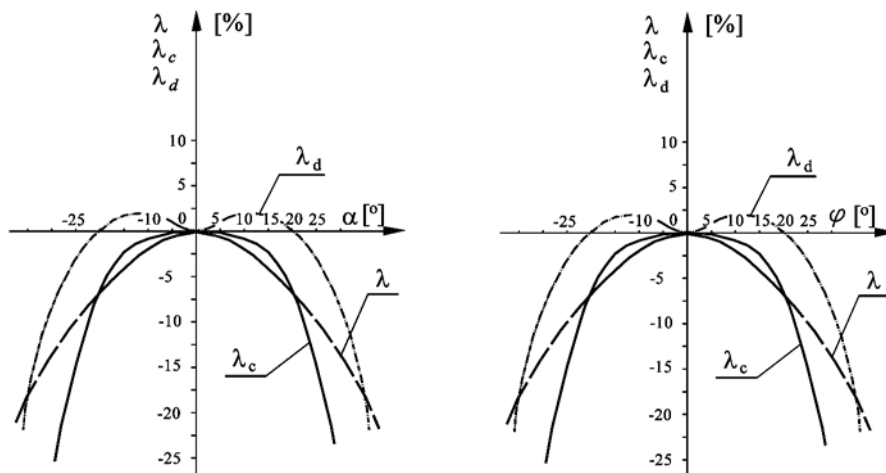
$p_c^* = l_1 - l_1^*$ – różnica wskazań manometru pomiędzy rurką połączoną z atmosferą a rurką połączoną z króćcem ciśnienia spiętrzenia w sondzie Prandtla.

P_d – jak wyżej.

8.2.3. Tabela wyników pomiarów i obliczeń

L.p.	ρ_{cm}	α	φ	l_1	l_2	l_1^*	l_2^*	p	p^*	p_d	p_d^*	p_c	p_c^*	λ	λ_d	λ_c	
	[kg/m ³]	[°]	[°]	wg rys. 8.5 [m]													[Pd]
1.																	
2.																	
3.																	
4.																	
.																	
.																	
.																	
.																	
16.																	
17.																	
18.																	

Przykładowe charakterystyki sond Prandtla przedstawia rys. 8.6



Rys. 8.6. Charakterystyki sondy ciśnienia dynamicznego

8.2.4. Pytania kontrolne

1. Omówić budowę sondy Pitota.
2. Omówić sposób pomiaru prędkości strumienia gazu za pomocą sondy Pitota.
3. Omówić budowę sondy Prandtla.
4. Wyjaśnić sposób pomiaru prędkości za pomocą sondy Prandtla.
5. Ograniczenia zastosowania sondy Prandtla.
6. Wyjaśnić zasadę cechowania sondy Prandtla.

ROZDZIAŁ 9

9. TURBULENTNA STRUGA SWOBODNA

9.1. Podstawy teoretyczne

W wielu dziedzinach techniki spotykamy się z wypływem strumienia płynu przez mały otwór do dużej przestrzeni wypełnionej nieruchomym płynem (klimatyzacja, wentylacja, hydraulika, wypływ spalin przez komin do atmosfery itp.). Taki przypadek wypływu nosi nazwę izobarycznej, turbulentnej strugi swobodnej.

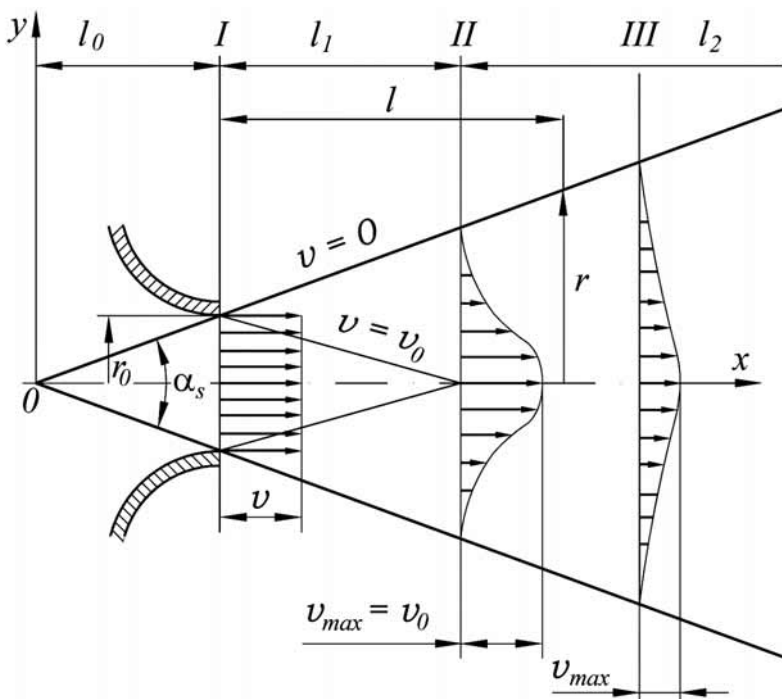
Gdy struga powietrza wypływa do atmosfery to jest tzw. struga zatopiona gdyż rodzaj płynu w strudze i otoczeniu jest taki sam. Struga może być kołowo symetryczna, gdy wypływa przez otwór o przekroju kołowym lub płaska, gdy wypływa przez otwór w kształcie szczeliny. Po wypływie strugi do ośrodka nieruchomego strumień rozszerza się tak, że z wyjątkiem wylotu otworu szerokość strumienia zwiększa się proporcjonalnie do odległości od wylotu z otworu. Struga swobodna nie jest ograniczona ściankami. Na granicy strugi i czynnika otaczającego ma miejsce wymiana masy i ilości ruchu. W rezultacie prędkość strumienia przy jego rozszerzaniu maleje w miarę oddalania się od otworu, a ciśnienie w całym strumieniu pozostaje stałe (takie jak w otaczającym ośrodku). Strumień pociąga za sobą, w miarę rozszerzania się coraz nowe cząstki otaczającego płynu na skutek działania naprężeń stycznych tak, że strumień masy strugi w poszczególnych przekrojach rośnie. Natomiast na skutek stałego ciśnienia stały pozostaje strumień pędu strugi.

Na granicy strugi i czynnika otaczającego ma miejsce wymiana masy i ilości ruchu. Tworzy się tzw. turbulentna warstwa graniczna (przejściowa) złożona z opóźnionych cząstek strugi i przyspieszonych cząstek otoczenia.

Schemat strugi swobodnej jest przedstawiony na rysunku 9.1

Struga swobodna składa się z rdzenia i warstwy granicznej. Rdzeń o kształcie stożka ma podstawę w przekroju I , a wierzchołek w przekroju II , natomiast warstwa graniczna wypełnia pozostałą objętość strugi. Przekrój I nosi nazwę przekroju początkowego, a przekrój II – przejściowego. W związku z tym część strugi między przekrojami I i II stanowi początek odcinka strugi l_1 , zaś pozostała część – główny odcinek strugi l_2 . Punkt O stanowi początek układu współrzęd-

nych x , y nosi nazwę bieguna, a długość l_0 – odległości biegunowej. Prędkość powietrza w rdzeniu jest stała i równa prędkości początkowej v_0 . Prędkość w warstwie granicznej zmienia się zarówno w kierunku x jak i w kierunku y . W strudze występują składowe prędkości v_x i v_y , lecz składowe v_y jako znacznie mniejsze od $v_x = v$ mogą być pominięte. Na zewnętrznej granicy strugi prędkość jest równa zero ($v = 0$), zaś na wewnętrznej granicy strugi, tj. na styku warstwy granicznej i rdzenia prędkość strugi równa jest prędkości początkowej ($v = v_0$). W osi strugi występuje prędkość maksymalna v_{max} , która dla odcinka początkowego jest stała $v_{max} = v_0$ zaś dla odcinka głównego maleje wraz ze wzrostem x .



Rys. 9.1. Schemat strugi swobodnej

Geometria strugi swobodnej nie może być określona teoretycznie. Można to uczynić w sposób przybliżony w oparciu o jedną z półempirycznych hipotez, które dają związek między tzw. naprężeniem turbulentnym, a średnią prędkością płynu. Najbardziej rozpowszechnioną hipotezą jest hipoteza stałości tzw. średniej drogi mieszania Prandtla. Otrzymane wzory zawierają stałe wyznaczone doświadczalnie.

Dla głównego odcinka strugi obowiązują następujące zależności:

$$r = 3.3r_0 \frac{v_0^{1/2}}{v_{max}^{1/2}} \quad (9.1)$$

gdzie:

- r – promień strugi,
- r_0 – promień dyszy,
- v_0 – prędkość początkowa strugi,
- v_{max} – prędkość maksymalna.

Pod prędkością maksymalną v_{max} należy w tym ćwiczeniu rozumieć prędkość w osi strugi, gdyż jest ona największa w tym przekroju strugi. W każdym przekroju strugi jest oczywiście inna prędkość maksymalna v_{max} .

Ponieważ w przekroju II $r = r_{II}$ i $v_{max} = v_0$,

$$r_{II} = 3.3r_0,$$

Zewnętrzna granica strugi może być wyznaczona z następującego równania doświadczalnego:

$$\frac{r}{ax} = 3,4,$$

gdzie:

a – współczynnik doświadczalny dla dyszy o przekroju kołowym,
można go przyjąć w przybliżeniu $a = 0,07$.

Po podstawieniu otrzymuje się:

$$\operatorname{tg} \frac{a_s}{2} = \frac{r}{x} = 3,4a \cdot 0,07 = 0,238,$$

skąd:

$$\frac{a_s}{2} = 13^\circ 20', \quad a_s = 27^\circ$$

Ramiona kąta wierzchołkowego a_s stanowią zewnętrzną granicę strugi. Znajomość kąta a_s pozwala na wyznaczenie długości odcinka początkowego l_1 i odległości biegunowej l_0 .

Można napisać że:

$$\operatorname{tg} \frac{a_s}{2} = \frac{r_{II} - r_0}{l_1}.$$

Stąd

$$l_1 = \frac{r_{II} - r_0}{\operatorname{tg} \frac{a_s}{2}} = \frac{3,3 r_0 - r_0}{\operatorname{tg} \frac{a_s}{2}} = \frac{2,3 r_0}{0,238} = 9,67 r_0$$

$$l_0 = \frac{r_0}{\operatorname{tg} \frac{a_s}{2}} = \frac{r_0}{0,238} = 4,2 r_0$$

Zachodzi pytanie, czy można określić długość głównego odcinka strugi l_2 i czy ma to sens praktyczny. Struga swobodna rozprzestrzeniająca się w ośrodku nieruchomym ulega stopniowemu zahamowaniu (rozmyciu), a jej długość l_2 jest trudna do zdefiniowania i pomierzenia. Sens fizyczny posiada natomiast taka długość strugi, przy której panuje w osi pewna określona prędkość. Można się posłużyć przykładem z dziedziny wentylacji, gdzie często realizuje się nawiew świeżego powietrza, np. do hal produkcyjnych, za pomocą odpowiednio rozmieszczonych strug swobodnych, co ukazane jest na rysunku 9.2. Jest wymagane, aby prędkość v_{\max} strug powietrza na pewnej wysokości H , np. na wysokości głowy $H = 1,5$ m, była mniejsza od pewnej dopuszczalnej prędkości v_{dop} . Należy, zatem doprowadzić takie strugi, które na długości $l = l_1 + l_2$ zapewniają prędkość $v_{\max} \leq v_{\text{dop}}$. W tym przypadku nie jest istotna prędkość strugi, lecz prędkość maksymalna przypadająca w osi strugi.

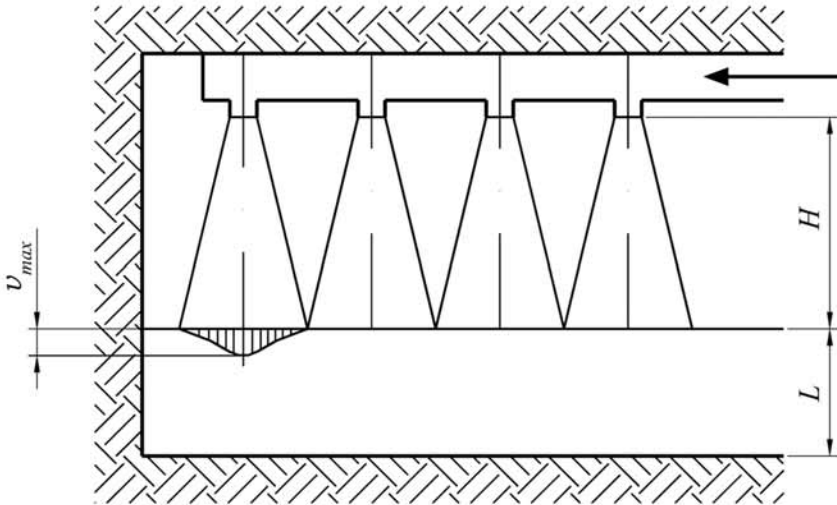
Teoretyczny rozkład prędkości w poprzecznym przekroju głównego odcinka strugi wynika z przybliżonego równania:

$$v/v_{\max} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2 \right]^2.$$

Względne prędkości v/v_{\max} mogą być odczytane z poniższej tabeli:

y/r	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
v/v_{\max}	1	0,945	0,558	0,286	0,082	0

W podobny sposób można określić teoretyczny rozkład prędkości w warstwie granicznej początkowego odcinka strugi.



Rys. 9.2. Przekrój pionowy pomieszczenia z układem strug swobodnych

Teoretyczny rozkład prędkości wzdłuż osi głównego odcinka strugi wynika z równania:

$$r = 3,3 r_0 \frac{v_0}{v_{\max}}$$

Przekształcając to równanie i podstawiając r z równania

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{x},$$

otrzymuje się:

$$v_{\max} = 3,3 r_0 v_0 \frac{1}{0,238x}.$$

Znając wartości r_0 v_0 można łatwo ustalić zależności $v_{\max} = f(x)$, gdzie x jest współrzędną liczoną od bieguna O . Na tej podstawie ustala się wartość prędkości maksymalnej w dowolnej odległości x .

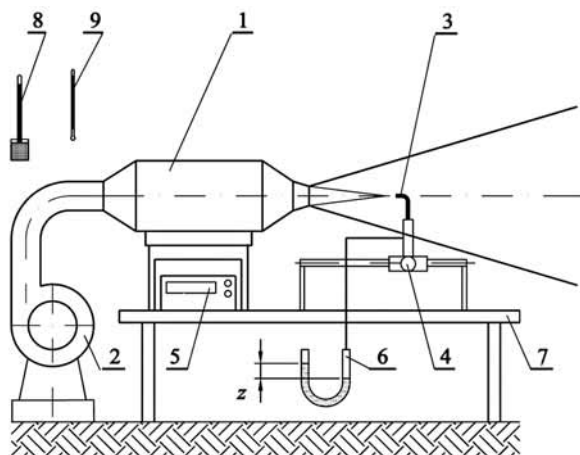
9.3. Analiza doświadczalna

Głównymi celami ćwiczenia są:

1. Zapoznanie się z metodyką pomiarów parametrów strugi swobodnej.
2. Zapoznanie się ze zjawiskami zachodzącymi w strudze swobodnej.
3. Ustalenie geometrii strugi swobodnej.
4. Porównanie teoretycznego i praktycznie pomierzonego rozkładu prędkości w poprzecznym przekroju głównego odcinka strugi.
5. Porównanie teoretycznego i praktycznie pomierzonego rozkładu prędkości maksymalnej wzdłuż osi głównego odcinka strugi.

9.3.1 Schemat i opis stanowiska pomiarowego

Stanowisko pomiarowe przedstawiono na rysunku 9.3.



Rys. 9.3. Schemat stanowiska pomiarowego

Do wytworzenia strugi swobodnej zastosowano tunelik powietrzny (1) zasilany wentylatorem (2). Wszystkie pomiary w strudze są dokonywane przy użyciu sondy termooanemometrycznej lub sondy ciśnieniowej (3) zamocowanej w uchwycie (4). Wskazania są przekazywane do termooanemometru (5) lub do mikromanometru cieczowego (6). Mechanizm przesuwny umożliwia pomiar w dowolnych punktach o współrzędnych x, y , które leżą w płaszczyźnie poziomej przechodzącej przez oś strugi. Całość jest zamontowana na stole (7). Do wyposażenia dodatkowego należą dodatkowo barometr (8) i termometr (9).

9.3.2. Metodyka pomiarów i obliczeń

Na stanowisku pomiarowym pomierzyć przy pomocy sondy ciśnieniowej wymienione poniżej wielkości.

1. **rozkład ciśnień dynamicznych** (w postaci spiętrzeń mikromanometru) $z = z_0$ na wylocie z dyszy w przekroju *I* w kilku punktach wzdłuż średnicy dyszy, gdzie:
 z – spiętrzenie mikromanometru odpowiadające ciśnieniu dynamicznemu [mm],
 z_0 – spiętrzenie mikromanometru o wartości odpowiadającej ciśnieniu dynamicznemu na wylocie z dyszy,
2. **długość początkowego odcinka strugi** l_0 . W tym celu przesunąć sondę wzdłuż osi strugi w pobliżu przewidywanego położenia przekroju *II*. Położenie tego przekroju przyjąć w tym miejscu, w którym spiętrzenie $z = z_0$ odpowiadające prędkości v_0 zacznie się zmniejszać.
3. **rozkład ciśnień dynamicznych w dowolnym przekroju *III*** głównego odcinka strugi. W przekroju *III* oddalonym o odległość l od wylotu z dyszy pomierzyć ciśnienia dynamiczne „ z ” w kilku punktach wzdłuż średnicy strugi. Pomiędzy x i l istnieje związek:

$$x + l_0 + l \tag{9.2}$$

1. rozkład ciśnień dynamicznych wzdłuż osi głównego odcinka strugi. Pomierzyć ciśnienia dynamiczne $z = z_{\max}$ w kilku punktach (dla różnych odległości l).
2. ciśnienie atmosferyczne z_a i temperatura otoczenia t .

Uwaga: podczas pomiarów spiętrzeń mikromanometru odczekać każdorazowo do chwili, gdy poziom cieczy nie ulega dalszej zmianie.

Na podstawie wyników pomiarów wykonać wymienione poniżej obliczenia:

1. Prędkość przepływu w odpowiednich punktach pomiarowych:

$$v = \sqrt{\frac{2p_d}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\rho_m g z}{1000k\rho}} \quad \left[\frac{m}{s} \right]$$

gdzie:

ρ_m – gęstość cieczy manometrycznej alkohol metylowy, woda, rtęć itp.

z – spiętrzenie mikromanometru odpowiadające ciśnieniu dynamicznemu [mm],

k – przełożenie mikromanometru,

ρ – gęstość powietrza [kg/m³].

2. gęstość powietrza. Przyjmuje się, że ciśnienie statyczne w strudze jest równe ciśnieniu atmosferycznemu, stąd:

$$\rho = \frac{P_a}{R_w T} = \frac{P_a}{R_w (t + 273)} \left[\frac{kg}{m^3} \right], \quad (9.3)$$

gdzie:

p_a = ciśnienie barometryczne (odczytane z barometru) [Pa],

$R_w = 287$ J/kg K – stała gazowa powietrza wilgotnego,

T [K], t [°C] – temperatura powietrza w strudze równa temperaturze powietrza otaczającego.

1. długość początkowego odcinka strugi wynika z równania:

$$l_I = 9,67 r_0 = 9,67 \cdot 20 = 193.4 \text{ mm}$$

gdź $r_0 = 20$ mm

2. długość biegunowa l_0 wynika z równania:

$$l_0 = 4,2 r_0 = 4,2 \cdot 20 = 84 \text{ mm}$$

Wyniki obliczeń zamieścić w tabeli wyników obliczeń i zilustrować graficznie. Sporządzić w odpowiedniej skali rysunek „schemat strugi swobodnej” z uwzględnieniem następujących wielkości geometrycznych: α_B, r_0, l_0, l_I .

Nie nanosić rozkładów prędkości.

Sporządzić wykres rozkładu prędkości $v = f(y)$ w przekroju III strugi w oparciu o tabelę 1.

Wartość v_{max} obliczyć dla przyjętych wartości l z równania:

$$v_{max} = 3,3r_0v_0 \frac{l}{0,238x} \approx 13,9r_0v_0 \frac{l}{x},$$

które, dla $r_0 = 20$ mm przyjmuje postać:

$$v_{max} = 278v_0 \frac{l}{x},$$

x – określane w mm, promień strugi obliczyć z równania:

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha_s}{2} = \frac{r}{x}.$$

Na wykres nanieść też punkty z pomiarów.

Sporządzić wykres rozkładu prędkości $v_{max} = f(x)$ wzdłuż osi strugi w oparciu o równanie:

$$v_{max} \approx 278v_0 \frac{l}{x} \quad (9.4)$$

dla kilku wartości $l \geq l_p$, czyli kilku wartości $x \geq 278$ mm, gdyż

$$x = l_0 + l_l = 84 + 193,4 \cong 278 \text{ mm}.$$

Na wykresie nanieść również punkty $v = v_{max}$ obliczane z równania:

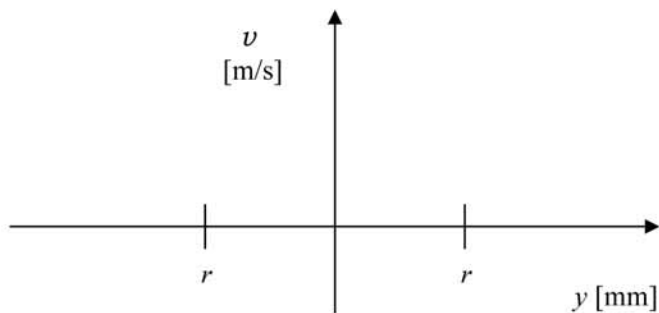
$$v = \sqrt{\frac{2p_d}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\rho_mgz}{1000k\rho}} \quad \left[\frac{m}{s} \right], \quad (9.5)$$

a odpowiadające maksymalnym różnicom wysokości $z = z_{max}$ odnotowanych w czasie dokonywania pomiarów ciśnienia.

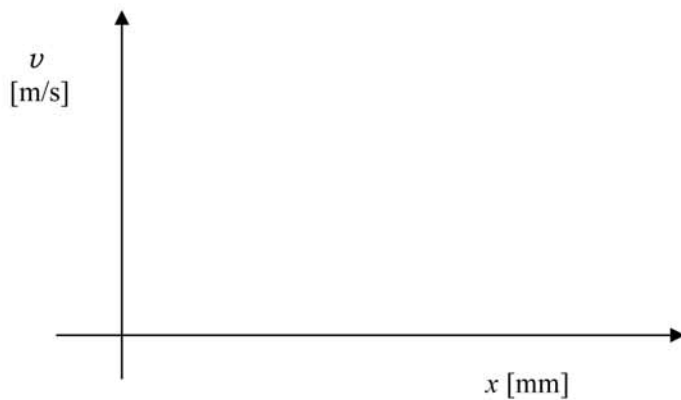
Uwaga: Wszystkie trzy wykresy sporządzić na papierze milimetrowym (format A4).

9.3.5. Wykresy

Na podstawie wykonanych pomiarów i obliczeń sporządzić wykresy rozkładu prędkości w strudze swobodnej wzdłuż jej osi.



Rozkład prędkości w przekroju III strugi $v = f(y)$



9.3.6. Pytania kontrolne

1. Definicja strugi swobodnej zatopionej.
2. Schemat geometrii strugi swobodnej.
3. Co to jest odcinek początkowy strugi swobodnej.
4. Omówić sposób pomiaru charakterystycznych wielkości strugi swobodnej.
5. Podać przykłady występowania strug swobodnych w technice.

ROZDZIAŁ 10

10. WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA OPORU CIŚNIENIOWEGO WALCOWEGO PROFILU KOŁOWEGO

10.1. Podstawy teoretyczne

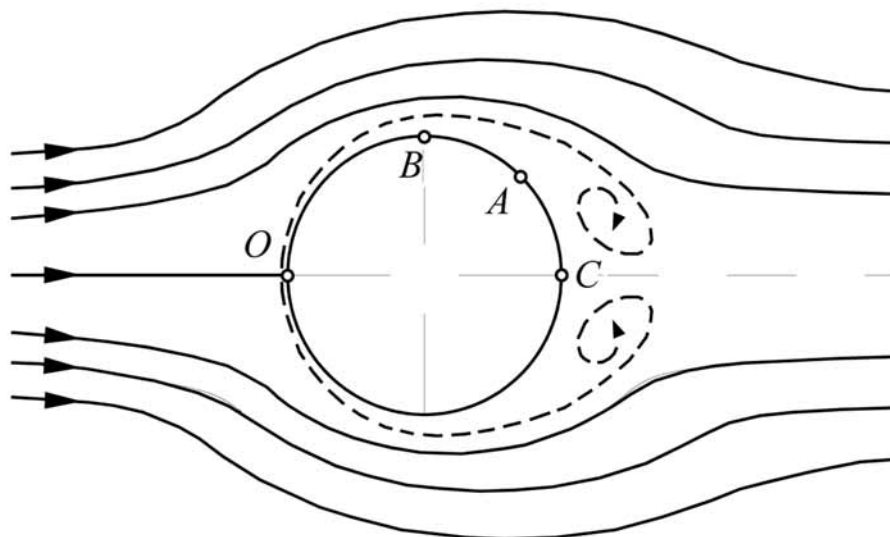
Na wszystkie ciała stałe poruszające się w ośrodku płynnym albo też pozostające nieruchomo w opływającym je ośrodku działają siły wywierane przez ten ośrodek na powierzchnię ciała stałego. W przypadku opływu ciała płynem lepkiem obowiązuje tzw. prawo względności ruchu. Mówi ono, że reakcja wywierana przez płyn na ciało stałe jest zależna tylko od prędkości względnej ciała stałego i płynu. W przypadku ruchu ciała w płynie (cieczy lub gazie) powstającą siłę nazywamy oporem lub reakcją aero lub hydro dynamiczną, a w przypadku opływu nieruchomego ciała gazem – siłą aerodynamiczną. Siły te można podzielić na cztery rodzaje dające w sumie całkowity opór aerodynamiczny:

- opór ciśnieniowy
- opór tarcia powierzchniowego
- opór falowy
- opór indukowany

Opór falowy występuje przy bardzo dużych prędkościach przepływu i przejawia się dużym wzrostem składnika oporu ciśnieniowego. Opór indukowany związany jest z istnieniem siły nośnej w przypadku płatów o skończonej długości. W zależności od stosunku oporu tarcia do oporu ciśnieniowego, ciała dzielimy na:

- ciała opływowe, do których zaliczamy przede wszystkim ciała o kształcie zbliżonym do ciał ryb i tułowi ptaków, profili lotniczych, w których główną część całkowitego oporu aerodynamicznego stanowi opór tarcia.
- ciała oporowe, w których główną częścią całkowitego oporu jest opór ciśnieniowy.

Ciała oporowe dzielimy na ciała o kształcie urwistym (np. płytką o ostrych krawędziach ustawionych prostopadle do kierunku przepływu). Dla tych ciał współczynnik oporu C_x ma wartość stałą praktycznie niezależną od liczby Reynoldsa R_e . Drugim rodzajem ciał są ciała o kształcie obłym (np. kula, elipsoida, walec kołowy o osi prostopadłej do kierunku przepływu gazu). Ciała te pozostawiają poza sobą ślad w postaci obszaru objętego ruchem wirowym, powstały wskutek oderwania się warstewki przyściennej od powierzchni opływowego ciała.



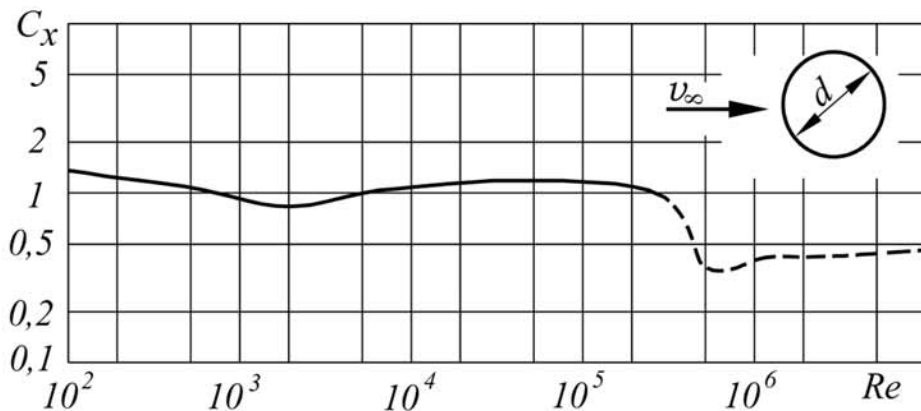
Rys. 10.1. Rzeczywisty opływ walca

W przepływach i opływach ciał z dużymi liczbami Reynoldsa występuje zawsze w pobliżu ścianki cienka warstwa zwana warstwą przyścienną, w której siły lepkości są porównywalne z siłami bezwładności. W obszarze poza warstwą przyścienną dominują siły bezwładności. Przepływ w warstwie przyściennej może być laminarny lub turbulentny. Bywa i tak, że początkowo laminarna warstwa przyścienna przekształca się w turbulentną. Turbulizację warstwy przyściennej przyspiesza np. chropowatość opływanej ścianki. Ważnym zjawiskiem w przepływach jest tzw. oderwanie warstwy przyściennej. Oderwanie zachodzi wtedy, gdy energia kinetyczna (prędkości) cząstek płynących w pobliżu ścianki zmaleje do zera, tzn. $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$ (n – normalna do powierzchni ścianki).

Proces oderwania się warstw przyściennych jest skomplikowany i zależy głównie od gradientu ciśnienia wzdłuż opływanej powierzchni.

Przepływ z jednoczesnym wzrostem ciśnienia (dyfuzor) sprzyja oderwaniu warstwy przyściennej. W przypadku ciała źle oprofilowanego, jakim jest np. walec kołowy (rys. 10.1) zawsze nastąpi oderwanie warstwy przyściennej. Warstwa przyścienna tworzy się począwszy od punktu O , a odrywa się od powierzchni walca w punkcie A . Pomiędzy punktami O – B ciśnienie maleje, natomiast między punktami B – C rośnie, co sprzyja oderwaniu. Za walcem tworzy się obszar zawirowań.

Należy zwrócić uwagę na fakt zmniejszania się współczynnika oporu ciał walcowych przy dużych liczbach Reynoldsa (rys. 10.2), co ma duże znaczenie praktyczne w związku ze względnym zmniejszeniem się oporów w zakresie ponadkrytycznym.



Rys. 10.2. Współczynnik oporu walca nieskończenie długiego w funkcji liczby Reynoldsa

10.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z najprostszą metodą pomiaru rozkładu ciśnienia na powierzchni opływowego ciała z wykorzystaniem wyników takiego pomiaru do wyznaczenia współczynnika oporu ciśnieniowego C_{xc} .

10.2.1. Składowe siły działające na opływowym profilu kołowym

Elementarna siła pochodząca od ciśnienia, działająca na element $d\delta$ wynosi $pnd\delta$ gdzie:

n – normalna do powierzchni ciała

δ – powierzchnia ciała

Rzut siły na kierunek strumienia niezakłóconego (kierunek prędkości v_∞) wynosi: $p \cos(n, v_\infty) d\delta$. Stąd opór ciśnieniowy wynosi:

$$P_C = \iint_{\delta} p n \cos(n, v_\infty) d\delta \quad (10.1)$$

Ponieważ przepływ jest płaski, można przyjąć, że:

$$d\delta = 1 dl$$

gdzie:

l – współrzędna krzywoliniowa po obwodzie profilu.

1 – jednostkowa długość walca o przekroju kołowym.

Wówczas:

$$P_C = \int_l p \cos(n, v_\infty) dl \quad (10.2)$$

P_C – siła przypadająca na jednostkę długości opisywanego walca.

Siły styczne (oprócz tarcia powierzchniowego) zwrócone są zgodnie z prędkością względną płynu. Składowa tych sił w kierunku prędkości niezakłóconej v_0 nazywa się oporem tarcia P_t .

Wyrażamy go w sposób następujący:

$$P_t = \iint_\delta \tau \cos(n, v_\infty) d\delta \quad (10.3)$$

Po przejściu podobnych uproszczeń jak wyżej wzór (10.3) można zapisać następująco:

$$P_t = \int_l \tau \cos(l, v_\infty) dl \quad (10.4)$$

gdzie:

(l, v_∞) – kąt między styczną do obwodu profilu (mającą ten sam zwrot co τ a kierunkiem prędkości v_∞ .

τ – naprężenia styczne spowodowane lepkością cieczy.

Wprowadzając pojęcie ciśnienia dynamicznego

$$p_d = \rho \frac{v^2}{2}$$

i oznaczając powierzchnię odniesienia przez S można wprowadzić bezwymiarowe współczynniki oporu ciśnieniowego i oporu tarcia:

$$C_{xc} = \frac{P_c}{\frac{\rho v_\infty^2}{2} S} \quad (10.5)$$

$$C_{xt} = \frac{P_t}{\frac{\rho v_\infty^2}{2} S} \quad (10.6)$$

Wielkości tych współczynników zależą od kształtu ciała, liczby Reynoldsa i liczby Macha.

Warunkiem wyznaczenia oporu ciśnienia bądź oporu tarcia jest uprzednie wyznaczenie rozkładu ciśnienia na powierzchni wzdłuż profilu $p = p(l)$ i rozkładu naprężeń stycznych $\tau = \tau(l)$. Najprostsza metoda teoretyczna obliczeń ciśnienia polega na założeniu, że przepływ jest potencjalny. Dla profilu kołowego rozkład ciśnień na powierzchni określić można wg wzoru:

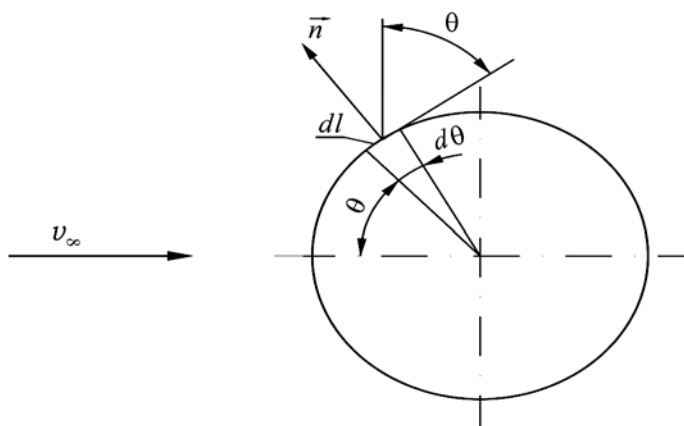
$$p - p_\infty = \frac{\rho v_\infty^2}{2} (1 - 4 \sin^2 \theta). \quad (10.7)$$

gdzie:

p_∞ – ciśnienie statyczne strumienia niezakłóconego

θ – kąt określający położenie punktu na profilu (rys. 10.3)

ρ – gęstość powierza opływającego profil; $\rho = \frac{p_b}{RT}$.



Rys. 10.3. Określenie położenia punktu na zarysie kołowym

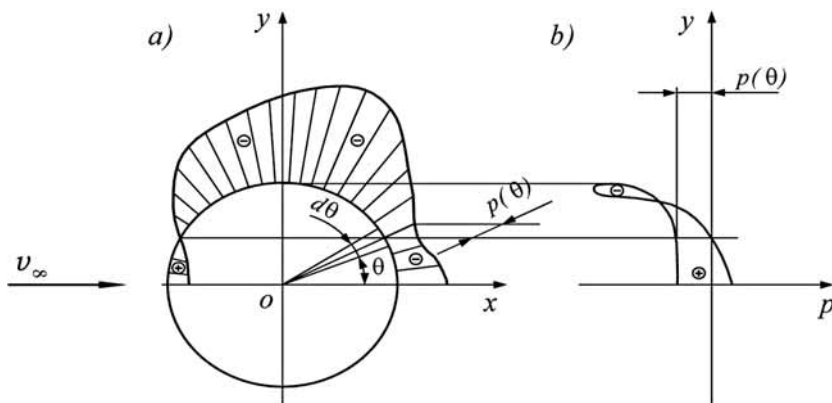
Metoda obliczenia współczynnika oporu ciśnieniowego, lub oporu tarcia wymaga znajomości rozkładu ciśnienia wzdłuż profilu. Dla przepływu potencjalnego taki rozkład można obliczyć teoretycznie, przepływ rzeczywisty jest jednak daleki od potencjalnego. Dlatego aby otrzymać funkcję $p(l)$ lub $\tau(l)$ dokonuje się pomiaru rozkładu ciśnień w określonym punkcie profilu (rys. 10.3).

Pomiar ciśnienia statycznego w określonym punkcie ciała można wyznaczyć przez wywiercenie otworków o bardzo małej średnicy (w połowie długości walca, prostopadle do jego osi) i połączenia go z manometrem za pomocą rurki. W otworze i rurce ustala się ciśnienie równe ciśnieniu statycznemu w określonym punkcie ciała. W przypadku profilu kołowego dla pełnego określenia funkcji $p(l)$ wystarczy jeden otworek wywiercony promieniowo w walcu. Ze względu na symetrię profilu kołowego można zmierzyć rozkład ciśnienia na całym obwodzie obracając walec wokół jego osi z przystankiem, co pewien kąt.

Pomiar rozkładu naprężeń stycznych $\tau = \tau(l)$ jest o wiele trudniejszy i nie wchodzi w zakres niniejszego ćwiczenia.

10.2.2. Wyznaczanie oporu ciśnieniowego profilu kołowego

Całkowanie rozkładu ciśnienia dokonuje się zazwyczaj graficznie. Najpierw należy wykonać wykres rozkładu ciśnień statycznych na obwodzie profilu. Wykres taki otrzymuje się odkładając wzdłuż promienia wartości ciśnień pomierzonych dla danych kątów θ (rys. 10.4. a).



Rys. 10.4. Rozkład ciśnień na profilu walcowym o przekroju kołowym

Wykresu ciśnień, który jest przedstawiony na rysunku 10.4. a nie można sumować (całkować) graficznie, gdyż nie jest on narysowany w układzie prostokątnym i pole pod krzywą nie jest równe całce wg wzoru (10.2). Należy narysować wykres $p = f(y)$ (rys. 10.4. b) we współrzędnych prostokątnych, gdzie na osi odciętych odkładane jest ciśnienie p a na osi rzędnych współrzędna y . Sumując (planimetrując) pole pod wykresem otrzymujemy całkę $\int p dy$.

Dla profilu kołowego (rys. 10.3)

$$dy = dl \cos \theta$$

$$\cos(n, v_\infty) = \cos \theta$$

$$dl = \frac{dy}{\cos(n, v_\infty)}$$

po podstawieniu do wzoru (10.2) otrzymujemy:

$$P_c = \int p \cos(n, v_\infty) \frac{dy}{\cos(n, v_\infty)} = \int p dy \quad (10.8)$$

Przy planimetrowaniu wykresu 10.4. b który przedstawia wartość całki (10.8) należy zwrócić uwagę na znaki poszczególnych powierzchni z przedniej i tylnej części profilu.

10.2.3. Budowa i działanie stanowiska

Budowa stanowiska pomiarowego przedstawiona jest na rysunku 10.5

Urządzenie składa się z następujących elementów:

1. walec o przekroju kołowym zaopatrzony w promieniowo wykonany otworek. Walec jest umieszczony w osi strumienia powietrza i posiada możliwość obrotu wokół własnej osi – jest to równoznaczne ze zmianą kąta θ .
2. wskazówka związana sztywno z prętem walcowym i wskazująca położenie otworka względem tarczy.
3. tarcza z podziałką kątową.

- ciśnienie barometryczne
- średnica pręta d w płaszczyznach prostopadłych.

3. Powtórzyć czynności z p. 2 przy innych prędkościach opływu profilu.

10.2.5. Opracowanie wyników

1. Na papierze milimetrowym wykonać wykres $p(\theta)$ oraz $p(y)$.

2. Splanimetrować wykres $p(y)$ i określić współczynnik skali k .

Jeżeli przelicznik dla skali ciśnienia wynosi $k_1 \left[\frac{P_a}{mm \cdot d \cdot skali} \right]$,

a dla skali y (promienia profilu)

$k_2 \left[\frac{m}{mm \cdot d \cdot skali} \right]$ to pole 1 mm^2 na wykresie $p - y$ będzie odpowiadać wartości:

$$k = k_1 \left[\frac{P_a}{mm} \right] \cdot k_2 \left[\frac{m}{mm} \right] = k_1 \cdot k_2 \left[\frac{N/m}{mm^2} \right].$$

Tak, więc jeżeli pole wyznaczone w mm^2 pomnożymy przez przelicznik skali „ k ”, otrzymamy siłę P_C w $\left[\frac{N}{m^2} \right]$ czyli siłę oporu ciśnieniowego przypadającą na długości opływanego walca.

3. Obliczyć współczynnik oporu ciśnieniowego C_{xc} i P_{xc} .

10.2.6. Tabele wyników pomiarów

Tabela 1.

Wielkość mierzona	Jednostka	Pomiar I	Pomiar II
ρ_{cm}	[kg/m ³]		
p_{∞}	mm c. m.		
p_{bar}			
p_d	mm c. m		
t	°C		
d	mm		

Tabela 2.

θ	Ciśnienie p [mm cieczy manometru] = $f(\theta)$	
	Pomiar I	Pomiar II
0°		
5°		
10°		
15°		
.		
.		
.		
165°		
170°		
175°		
180°		

10.2.7. Tabela wyników obliczeń

Wielkości	Jednostka	Pomiar I	Pomiar II
p_d	Pa		
v_∞	$\frac{m}{s}$		
ρ	$\frac{kg}{m^3}$		
S	cm^2		
k_1	$\frac{Pa}{mm}$		
k_2	$\frac{m}{mm}$		
$k = k_1 k_2$	$\frac{N/m}{mm^2}$		
P_{xc}	N/m		
C_{xc}	–		

10.2.8. Pytania kontrolne

1. Wymienić rodzaje sił działających na profil opływany płynem.
2. Narysować przykładowy opływ rzeczywisty walca.
3. Omówić warunki oderwania warstwy przyściennej przy opływie ciała.
4. Przedstawić wpływ liczby Reynoldsa na wartość współczynnika oporu ciśnieniowego.
5. Wyjaśnić pojęcia współczynnika oporu ciśnieniowego i oporu tarcia.
6. Narysować przykładowy rozkład ciśnienia na profilu kołowym.
7. Wyjaśnić sposób obliczania siły oporu ciśnieniowego profilu kołowego metodą graficzną.

ROZDZIAŁ 11

11. CECHOWANIE MIKROMANOMETRÓW CIECZOWYCH

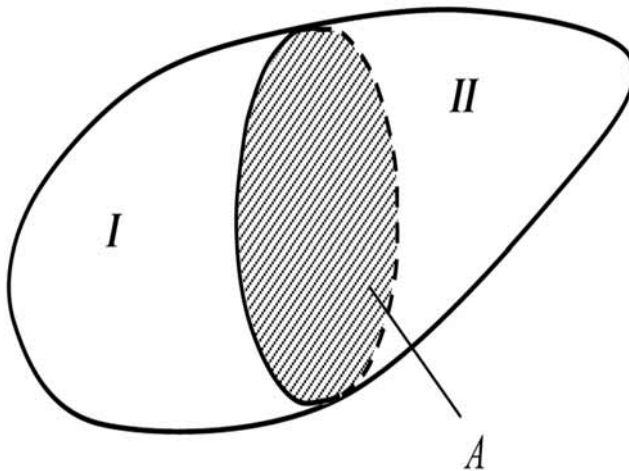
11.1. Podstawy teoretyczne

W danym obszarze płynu występują dwa rodzaje sił: *siły masowe* oraz *siły powierzchniowe*.

Siły masowe są proporcjonalne do masy płynu i są wynikiem oddziaływania zewnętrznego pola sił (np. pola grawitacyjnego). Można do nich zaliczyć siłę ciężenia, siły bezwładności i odśrodkowe.

Siły powierzchniowe działają na powierzchni wydzielonej masy płynu i są do tej powierzchni proporcjonalne. Siłę powierzchniową możemy rozłożyć na składową styczną do powierzchni (siłę tarcia) i składową normalną, którą nazywamy parciem hydrostatycznym

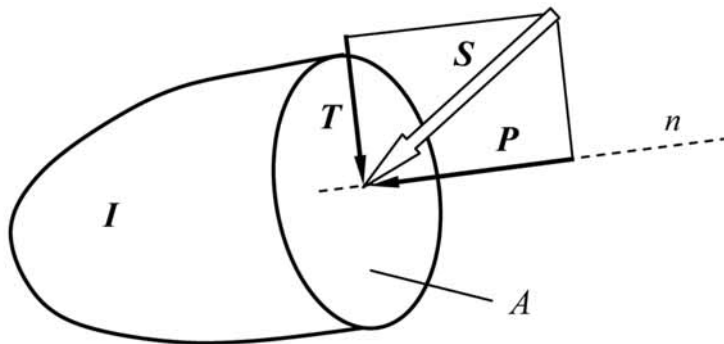
Rozważmy obszar płynu znajdujący się w spoczynku (rys. 11.1).



Rys. 11.1. Obszar płynu w spoczynku

Ponieważ cały obszar płynu jest w równowadze, więc jeżeli podzielimy ten obszar na dwie części (*I* i *II*) płaszczyzną jak na rys. 11.1, to obydwie części płynu

rozpatrywane osobno muszą również pozostawać w równowadze. Ażeby część I pozostała w stanie równowagi po odrzuceniu części II , należy oddziaływanie części II na I zastąpić siłą S (rys. 11.2).



Rys. 11.2. Równowaga odciętej części obszaru płynu

Siłę S można rozłożyć na kierunek normalny i styczny do powierzchni na którą działa. Składowa normalna nazywana jest parciem P , natomiast składowa styczna – siłą tarcia T . Dla cieczy znajdującej się w stanie spoczynku siła T jest równa zero (zgodnie z hipotezą Newtona $T = \mu \cdot A \cdot \frac{du}{dn}$, ale w stanie spoczynku gradient prędkości $\frac{du}{dn} = 0$, więc i $T = 0$).

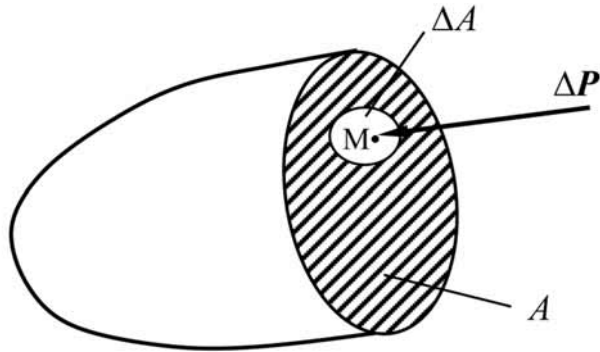
Z powyższego wynika, że w stanie spoczynku jedyną siłą oddziaływania cieczy na powierzchnię jest siła P skierowana prostopadle do powierzchni A , nazywana parciem hydrostatycznym.

Jeżeli na dowolny element powierzchni płynu ΔA zawierający punkt M (rys. 11.3) działa parcie ΔP , to ciśnieniem p w punkcie M określa się granicę, do której dąży stosunek $\frac{\Delta P}{\Delta A}$

$$p_M = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA} \quad (11.1)$$

Stosunek parcia hydrostatycznego P do powierzchni A , na którą to parcie działa, określa się mianem ciśnienia hydrostatycznego średniego p

$$p = \frac{P}{A} \quad (11.2)$$



Rys. 11.3. Parcie działające na element powierzchni ΔA

W przestrzeni wypełnionej płynem, pozostającym w stanie bezwzględnie lub względnego spoczynku, ciśnienie jest naprężeniem normalnym ściskającym. W danym punkcie powierzchni jest ono stałe i nie zależy od orientacji tej powierzchni. Oznacza to, że w płynie w stanie spoczynku ciśnienie jest wielkością skalarną. W płynach znajdujących się w ruchu ciśnienie jest jedynym naprężeniem normalnym tylko w przypadku płynu doskonałego, natomiast dla płynów rzeczywistych ciśnienie jest średnią wartością naprężeń normalnych, niejednakowych w różnych kierunkach.

Ciśnienie mierzone względem próżni nazywa się *ciśnieniem absolutnym* lub *bezwzględnym*.

Różnicę między ciśnieniem p a ciśnieniem atmosferycznym p_a nazywamy *nadciśnieniem* p_n .

$$p_n = p - p_a \quad (11.3)$$

Różnicę między ciśnieniem atmosferycznym p_a i bezwzględnym p nazywamy *podciśnieniem* p_p

$$p_p = p_a - p \quad (11.4)$$

Z pojęciem ciśnienia p wiąże się w praktyce inżynierskiej pojęcie *wysokości ciśnienia* h . Wielkość ta wyraża ciśnienie za pomocą wysokości słupa płynu o danej gęstości ρ :

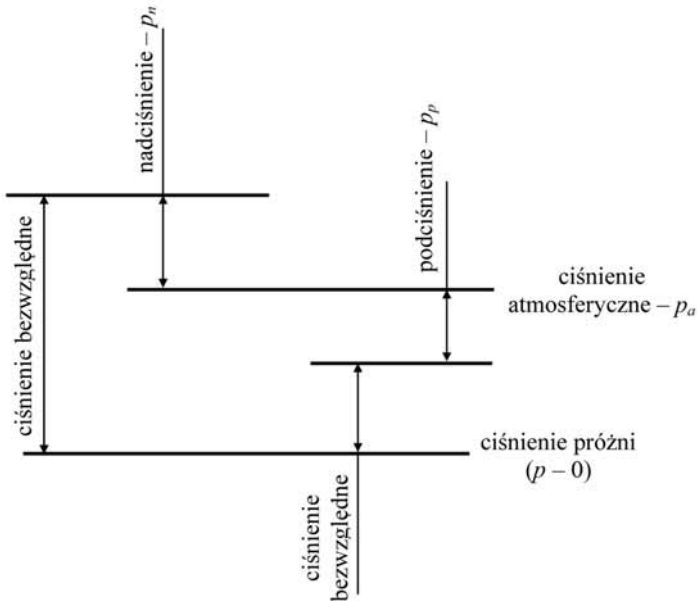
$$h = \frac{P}{\gamma} = \frac{P}{\rho \cdot g} \quad (11.5)$$

gdzie:

γ – ciężar właściwy płynu

ρ – gęstość płynu

g – przyspieszenie ziemskie



Rys. 11.4. Rodzaje ciśnień

Jednostką ciśnienia w układzie SI jest pascal [Pa]:

$$1Pa = \frac{1N}{1m^2}$$

Ponieważ 1 Pa jest wielkością bardzo małą w praktyce jest ona używana do pomiarów ciśnienia bliskich ciśnieniu próżni. W zakresie wysokich ciśnień lub ciśnień atmosferycznych używa się jednostek krotnych:

$$1hPa = 10^2Pa$$

$$1kPa = 10^3Pa$$

$$1MPa = 10^6Pa$$

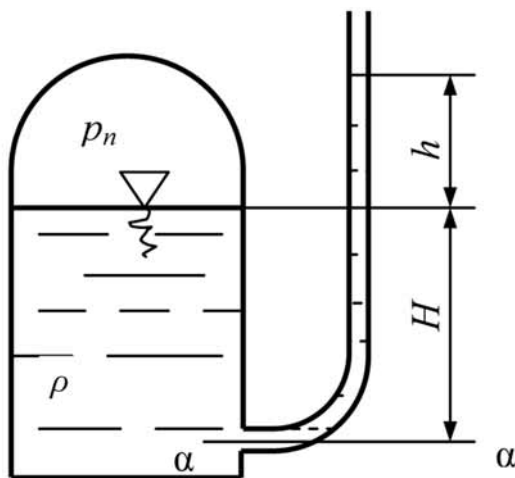
Możemy również spotkać inne jednostki ciśnienia (np. *bar*), które są *jednostkami pozaukładowymi* i są obecnie nielegalne. Także przyrządy do pomiaru ciśnienia spotykane w zakładach lub laboratoriach mogą być wyskalowane w innych jednostkach niż pascal. W tabeli 1.11 podano najczęściej spotykane pozaukładowe jednostki ciśnienia i ich przeliczniki na jednostkę układu SI.

Tabela 11.1. Niektóre pozaukładowe jednostki ciśnienia i ich przeliczniki

Ciśnienie wyrażone w pozaukładowych jednostkach	Wartość ciśnienia wyrażona w jednostkach układu SI
Atmosfera techniczna – 1at = kG/cm ²	9 8066,5 Pa
Atmosfera fizyczna – 1 atm = 1,033 at	101 325 Pa
1 bar	10 ⁵ Pa
1 Tor = 1 mmHg	133,325 Pa
1 mmH ₂ O	9,80665 Pa
1 Lb/in ² (funt siła na cal kwadratowy)	6 894,76 Pa

Przyrządy do pomiaru ciśnienia można podzielić na trzy grupy: *piezometry*, *manometry* i *wakumetry*.

Piezometr jest to cienka, przezroczysta rurka, podłączona do miejsca przestrzeni cieczy, w którym należy wykonać pomiar (rys. 11.5).



Rys. 11.5. Piezometr

Ze względu na podnoszenie kapilarne średnica wewnętrzna rurki nie powinna być mniejsza niż 8 mm. W celu określenia nadciśnienia gazu p_n znajdującego się nad swobodną powierzchnią cieczy w zbiorniku zamkniętym, należy napisać równanie równowagi ciśnień dla przekroju $\alpha - \alpha$:

$$p_a + p_n + \rho \cdot g \cdot H = p_a + \rho \cdot g \cdot (h + H) \quad (11.6)$$

gdzie:

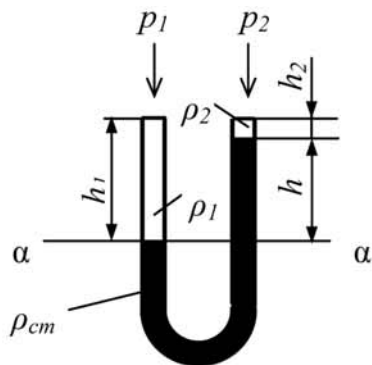
p_a – ciśnienie atmosferyczne

ρ – gęstość cieczy.

Po uproszczeniu równania otrzymujemy

$$p_n = \rho \cdot g \cdot h \quad (11.7)$$

Piezometry służą do pomiaru niezbyt dużych nadciśnień ze względu na konieczność stosowania zbyt długich rurek.



Rys. 11.6. Manometr U-rurkowy

Do statycznych pomiarów niskich i bardzo niskich ciśnień stosowane są powszechnie *manometry cieczowe*. Zasada pomiaru ciśnienia za pomocą manometrów cieczowych polega na samoczynnym ustaleniu się równowagi między ciśnieniem mierzonym, a ciśnieniem hydrostatycznym słupa cieczy manometrycznej w przyrządzie stanowiącym naczynia połączone. Najprostszym manometrem cieczowym jest manometr wykonany z przezroczystej rurki wygiętej w kształcie litery „U” i wypełniony cieczą manometryczną o gęstości ρ_{cm} (rys. 11.6).

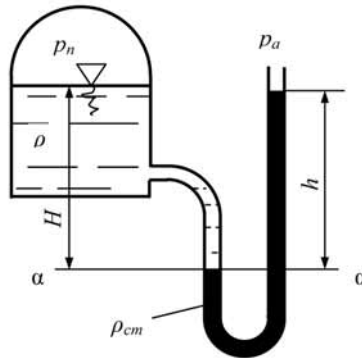
Porównując ciśnienia w obydwu ramionach rurki na poziomie $\alpha - \alpha$ otrzymamy:

$$p_1 + h_1 \cdot \rho_1 \cdot g = p_2 + \rho_2 \cdot h_2 \cdot g + h \cdot \rho_{cm} \cdot g \quad (11.8)$$

Jeżeli $(\rho_1 \text{ i } \rho_2) \ll \rho_{cm}$, np. dla powietrza, po uproszczeniu otrzymamy:

$$\rho_1 - \rho_2 = \rho_{cm} \cdot g \cdot h \quad (11.9)$$

Przedstawiony na rys. 11.6 manometr cieczowy w kształcie U-rurki mierzy więc różnicę ciśnień $\Delta p = p_1 - p_2$.



Rys. 11.7. Podłączenie manometru U-rurkowego do pomiaru nadciśnienia

Przykładowy sposób podłączenia manometru cieczowego w kształcie U-rurki w celu pomiaru nadciśnienia w zbiorniku pokazano na rys. 11.7

Aby określić nadciśnienie p_n ponad zwierciadłem cieczy w zbiorniku należy porównać ciśnienia, które panują w obu rurek manometru dla przekroju $\alpha - \alpha$

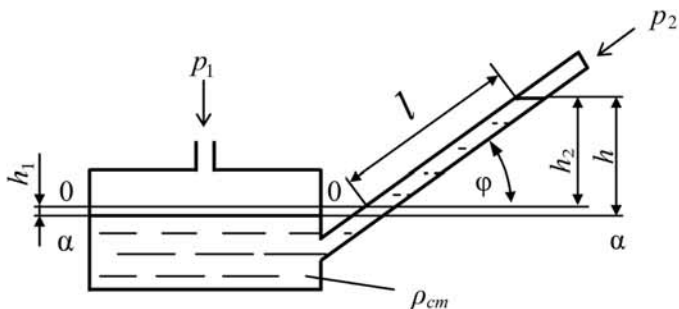
$$p_a + p_n + \rho \cdot g \cdot H = p_a + \rho_{cm} \cdot g \cdot h \quad (11.10)$$

Po uproszczeniu otrzymujemy

$$p_n = g(\rho_{cm} \cdot h - \rho \cdot H) \quad (11.11)$$

Wakumetry (próżniomierze) używane są do pomiaru podciśnienia i mają identyczną konstrukcję oraz zasadę działania jak manometry cieczowe.

W przypadkach gdy pomiary różnicy ciśnień dotyczą niskich wartości, a pomiary muszą być dokładne, stosuje się specjalne konstrukcje manometrów cieczowych. Przykładem takiego rozwiązania jest manometr cieczowy z rurką pochyłą pokazany na rys. 11.8.



Rys. 11.8. Manometr cieczowy z rurką pochyłą

Podobnie jak w poprzednich przypadkach, aby obliczyć różnicę ciśnień $p_1 - p_2$ należy porównać ciśnienia w rurce oraz w naczyniu na poziomie $\alpha - \alpha$. W wyniku otrzymamy:

$$p_1 - p_2 = \rho_{cm} \cdot g \cdot h \quad (11.12)$$

Z rys. 11.8 wynika, że $h = h_1 + h_2$. Wobec tego:

$$p_1 - p_2 = \rho_{cm} \cdot g \cdot (h_1 + h_2) \quad (11.13)$$

Ponieważ przyrost poziomu cieczy h_2 w rurce pochyłej odpowiada spadkowi poziomemu h_1 w naczyniu, musi być spełniony warunek równości objętości:

$$A_n \cdot h_1 = A_r \cdot h_2 \quad (11.14)$$

gdzie:

A_n – pole przekroju poprzecznego naczynia

A_r – pole przekroju poprzecznego rurki

Z rysunku 11.8 wynika, że:

$$h_2 = l \cdot \sin \varphi \quad (11.15)$$

Wobec tego możemy napisać, że:

$$A_n \cdot h_1 = A_r \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (11.16)$$

stąd

$$h_1 = \frac{A_r}{A_n} \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (11.17)$$

Uwzględniając równania (11.12), (11.13), (11.15) oraz (11.17) otrzymujemy:

$$h_1 = \frac{A_r}{A_n} \cdot l \cdot \sin \varphi \quad (11.18)$$

Jeżeli $A_r \ll A_n$ to z wystarczającą dokładnością zależność (11.18) przybiera postać

$$h = l \cdot \sin \varphi \quad (11.19)$$

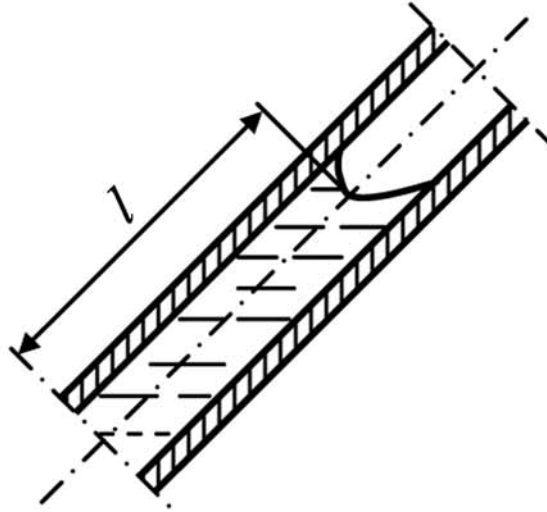
Niepewność pomiaru przyrządami tego typu maleje wraz z malejącym kątem pochylenia ϕ , ponieważ określonej wartości ciśnienia odpowiada coraz większa długość słupka cieczy manometrycznej. Jednak przy bardzo małych kątach mimo zastosowania kapilary o średnicy wewnętrznej 1,5 ÷ 2 mm i cieczy manometrycznych o małej lepkości (np. alkohol) menisk staje się niewyraźny. Dla manometrów z rurką pochyłą zaleca się stosować odczyt według punktu menisku określonego zgodnie z rys. 11.9.

W wykonaniach technicznych manometry te mają rurki zarówno o stałym, jak i nastawnym kącie pochylenia. W przyrządach o nastawnym kącie pochylenia podziałka skali wykonana jest dla jednego kąta, a dla innych położeń jest podane przełożenie i manometru

$$i = \frac{1}{\frac{A_r}{A_n} + \sin \varphi} \quad (11.20)$$

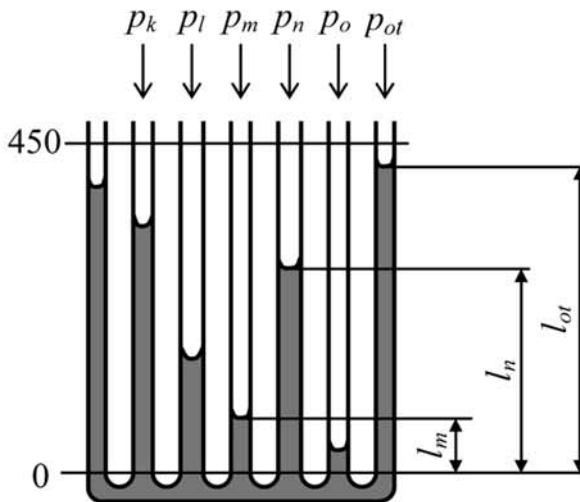
Wówczas różnica poziomów cieczy manometrycznej wyznaczająca mierzone ciśnienie wynosi

$$h = \frac{l}{i} \quad (11.21)$$



Rys. 11.9. Poprawny odczyt położenia menisku w rurce pochylej

Szczególną odmianą manometrów cieczowych z pochylą rurką jest manometr bateryjny (cechowany w ćwiczeniu) mający zazwyczaj 6÷12 rurek połączonych wspólnym zbiornikiem. W manometrach tych bardzo ważnym jest zapewnienie stałego i jednakowego przekroju wszystkich rurek oraz uniknięcie ich krzywizny. Manometr tego typu pokazany został na rysunku 11.10.



Rys. 11.10. Mikromanometr cieczowy bateryjny

Miarą mierzonej różnicy ciśnień pomiędzy punktami np. m i n – Δp_{mn} jest różnica poziomów ($l_n - l_m$) cieczy manometrycznej połączonej z tymi punktami:

$$\Delta p_{mn} = p_m - p_n = \frac{(l_n - l_m) \cdot \rho_{cm} \cdot g}{i} \quad (11.22)$$

gdzie:

ρ_{cm} – gęstość cieczy manometrycznej

g – przyspieszenie ziemskie

i – przełożenie manometru

W przypadku pomiaru ciśnień względem otoczenia powyższa zależność przyjmuje postać

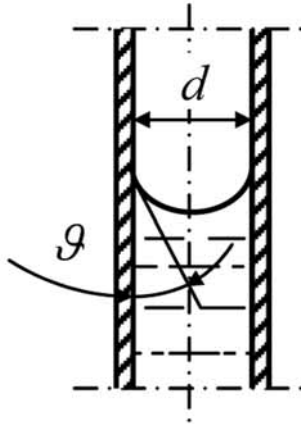
$$\Delta p_m = p_m - p_{ot} = \frac{(l_{ot} - l_m) \cdot \rho_{cm} \cdot g}{i} \quad (11.23)$$

Gdy mierzone są małe różnice ciśnień, w celu uzyskania większej dokładności należy bardziej pochylić płytę z rurkami (zmniejszyć kąt nachylenia), co odpowiada większemu przełożeniu i manometru.

Przyrządy cieczowe są szeroko stosowane do pomiaru ciśnień lub ich różnicy. Dokładność pomiarową tych urządzeń oraz ich zakres pomiarowy można zmieniać, dobierając cieczy manometryczne o różnych gęstościach (im mniejsza jest różnica gęstości ρ i ρ_{cm} , tym większe są wskazania manometru h) lub stosując rozwiązania konstrukcyjne zwiększające dokładność odczytu wskazywanych wartości.

Jako cieczy manometryczne stosowane w przyrządach cieczowych do pomiaru ciśnień stosowane są najczęściej: rtęć, czterobromoetan, chloroform, dwusiarczek węgla, toluen, oleje silikonowe, spirytus etylowy. Od cieczy manometrycznych wymaga się, aby posiadały następujące własności:

- tworzyły wyraźny menisk (rys. 11),
- nie mieszały się, nie tworzyły roztworów i nie wchodziły w reakcje chemiczną z płynami, z którymi się stykają,
- nie zmieniały swojej gęstości przez pochłanianie innych składników lub ich odparowanie,
- miały jak najniższy współczynnik rozszerzalności cieplnej,
- miały niski współczynnik zwilżania szkła.



Rys. 11.11. Menisk wklęsły

W przypadku pomiaru ciśnień bliskich próżni wymaga się, aby pary cieczy manometrycznej miały małą prężność w warunkach pomiaru.

Na dokładność wyniku pomiarów wykonanych manometrami cieczowymi w głównej mierze mają wpływ:

- zmiana temperatury otoczenia,
- włoskowatość,
- poziom zamocowania manometru,
- niedokładności ustawienia pionu (lub kąta pochylenia rurek manometru wzdłuż jego długości).

Jeżeli temperatura otoczenia, przy której dokonano pomiaru wynosi T , temperatura cechowania (wzorcowania) T_w , zaś wskazania manometru należy zredukować do temperatury T_n , to poprawkę na wpływ temperatury można uwzględnić posługując się z dostateczną dokładnością poniższym wzorem

$$h_0 = h \cdot [1 + \beta \cdot (T - T_w) - \alpha \cdot (T - T_n)] \quad (11.24)$$

gdzie:

h_0 – wysokość słupa cieczy wyrażona w działkach o wielkości nominalnej, jaką wskazywałby manometr, gdyby pomiar odbywał się w temperaturze T_n ,

h – zmierzona wysokość słupa cieczy,

β – współczynnik rozszerzalności skali (np. dla szkła $\beta = (5 \div 12) \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$)

α – współczynnik rozszerzalności objętościowej cieczy manometrycznej.

W praktyce zazwyczaj uwzględnia się jedynie rozszerzalność cieczy manometrycznej.

Manometry cieczowe na ogół są zbudowane z cienkich rurek szklanych. Średnica wewnętrzna rurki ma zasadnicze znaczenie na dokładność pomiaru. W rurkach o małej średnicy występuje zjawisko włoskowatości, które powoduje podniesienie lub obniżenie poziomu cieczy. Jest to zjawisko zależne od stopnia zwilżenia cieczą ścianek naczynia. Wpływ włoskowatości można ograniczyć poprzez stosowanie odpowiednich średnic wewnętrznych rurek.

11.1.1. Cechowanie przyrządów pomiarowych

Wszystkie pomiary wartości mierzonych wielkości, wykonane dowolnym przyrządem są zawsze obarczone niepewnością. Oznacza to, że nie można uzyskać w wyniku pomiaru rzeczywistej wartości danej wielkości fizycznej. Przyrządy pomiarowe budowane są w taki sposób, by wyniki prawidłowo wykonanych pomiarów nie różniły się od wartości rzeczywistej wielkości mierzonej więcej niż o wartość najmniejszej działki.

Załóżmy, że mierzony stan pewnej wielkości fizycznej ma rzeczywistą wartość oznaczoną symbolem x_0 . W wyniku pomiaru z reguły nie uzyskujemy wartości x_0 , lecz wartość miary x . Różnicę

$$\Delta x = x - x_0 \quad (11.25)$$

nazywamy *błędem bezwzględnym* pomiaru. Lepszym wskaźnikiem wartości pomiaru jest *błąd względny* δx , definiowany jako stosunek błędu bezwzględnego do wyniku pomiaru:

$$\delta x = \frac{\Delta x}{x} \quad (11.26)$$

Błąd względny jest wielkością niemianowaną i najczęściej jest wyrażany w procentach i nazywany błędem procentowym δx_p :

$$\delta x_p = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% \quad (11.27)$$

Klasą przyrządu nazywamy wyrażony w procentach stosunek maksymalnej bezwzględnej niepewności do pełnego wychylenia (zakresu) miernika.

$$kl = \frac{|\Delta x|_{\max}}{z} \quad (11.28)$$

gdzie:

$|\Delta x|_{\max}$ – błąd bezwzględny maksymalny
 z – zakres pomiarowy przyrządu

Klasa przyrządu dostarcza nam informacji o dokładności wykonywanych danym przyrządem pomiarów. Klasę przyrządu określa się na podstawie cechowania (wzorcowania). Cechowanie jest procesem polegającym na porównywaniu (skalowaniu) wskazań danego przyrządu z wzorcem danej wielkości fizycznej. W wielu przypadkach przyjmuje się jako wzorcowe wskazanie przyrządu, który jest co najmniej o dwie klasy bardziej dokładny.

11.2. Analiza doświadczalna

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z procesem cechowania (wzorcowania) manometru cieczowego oraz wyznaczenie jego klasy dokładności.

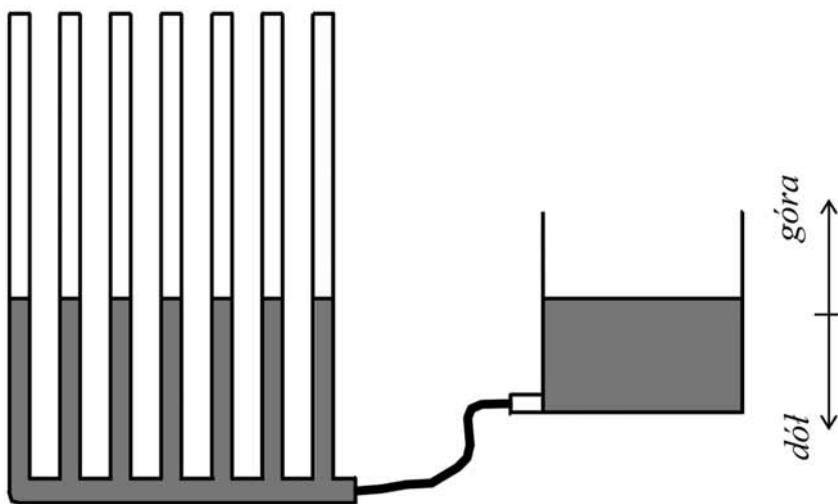
Przyrządem cechowanym w ćwiczeniu jest mikromanometr uchylny, bateryjny z siedmioma rurkami typu M7b–2. Wzorcem ciśnienia jest słup cieczy manometrycznej o znanej wysokości. Ogólną koncepcję stanowiska przedstawiono na rys. 11.12.

Naczynie z cieczą manometryczną może być podnoszone lub opuszczone (góradół). Przesunięcie powierzchni cieczy manometrycznej jest dokładnie określone. Znając tę wielkość można precyzyjnie określić ciśnienie wzorcowe z zależności

$$p = \rho \cdot g \cdot h \quad (11.29)$$

gdzie h jest znanym przesunięciem poziomu cieczy.

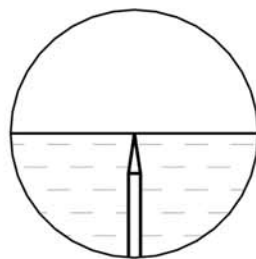
Zmiana poziomu cieczy związana jest z przesunięciem naczynia oraz obniżenie poziomu cieczy związane z odpływem części cieczy manometrycznej do rurek manometru. Aby ustalić dokładnie wysokość wzorcowego słupa cieczy układ pokazany na rys. 11.12 rozbudowano o układy optyczne oraz dokładny pomiar poziomu cieczy. Schemat takiego układu został pokazany na rys. 11.13.



Rys. 11.12. Koncepcja stanowiska do cechowania mikromanometrów cieczowych

Jeżeli naczynie z cieczą zostanie podniesione o znaną wartość to poziom cieczy względem naczynia obniży się. W celu uniknięcia określania wartości o jaką względnie obniży się ciecz w naczyniu zastosowano pomiar wartości przesunięcia naczynia względem poziomu cieczy. Zostało to zrealizowane za pomocą odpowiednio ukształtowanego wskaźnika. Końcówka wskaźnika 9 zanurzona jest w naczyniu tak, że zaostriżony koniec styka się z poziomem cieczy (patrz szczegół A z rys. 11.13).

Aby precyzyjnie określić położenie końca wskaźnika 9 (powinien on stykać się z poziomem cieczy) zastosowano układ optyczny 12 oświetlający miejsce styku oraz układ powiększający 3, umożliwiający wygodną obserwację miejsca styku.

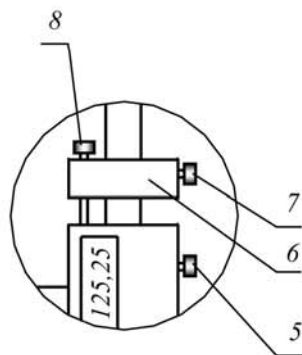


Jak już wcześniej zostało zaznaczone, względny poziom cieczy w naczyniu nie jest stały wraz ze wzrostem wysokości na jakiej znajduje się naczynie. Układ powiększający 3 i oświetlający 12 został zamontowany w obudowach, które mogą się przemieszczać pionowo. Ruch obudów realizuje się śrubami 10 i 11. Jeżeli poziom w naczyniu 1 zmieni się na tyle, że nie będzie widoczny należy przemieścić układy optyczne 3 i 12 (pokręcając śrubami 10 i 11) tak, aby można było wygodnie określić, czy końcówka wskaźnika 9 styka się z poziomem cieczy. W układzie po-

Szczegół A z rys. 11.13.

Jeżeli poziom w naczyniu 1 zmieni się na tyle, że nie będzie widoczny należy przemieścić układy optyczne 3 i 12 (pokręcając śrubami 10 i 11) tak, aby można było wygodnie określić, czy końcówka wskaźnika 9 styka się z poziomem cieczy. W układzie po-

większającym 3 zostały umieszczone soczewka i pryzmat, co umożliwia wygodny i dokładny pomiar. Jeżeli obraz w pryzmacie jest nieostry należy przekręcić układ optyczny 3 w oprawie tak, aby kontury (widziane w nim) były wyraźne. Jeżeli miejsce styku wskaźnika 9 i powierzchnia cieczy w naczyniu 1 jest zaciemnione, można oświetlić je za pomocą układu 12, do którego zostało zamocowane obrotowe lustro 16. Układ ten skupia światło padające na lustro w miejscu końca wskaźnika 9.



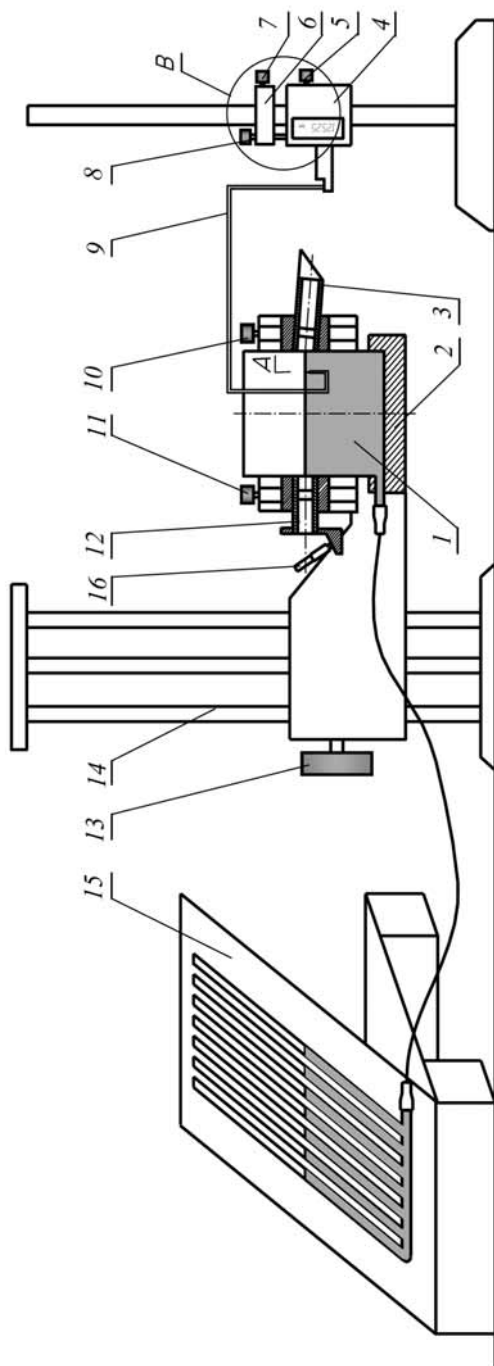
Szczegół B z rys. 13

Aby można było wywołać odpowiednie ciśnienie wzorcowe, naczynie 1 musi mieć możliwość podnoszenia i opuszczania. Do tego celu służą wysięgnik 2, statyw 14 i pokrętło 13. Naczynie wraz z układami optycznym i powiększającym, przytwierdzone są do wysięgnika 2. Umocowany na statywie wysięgnik 2 napędzany jest pokrętłem 13.

Aby można było dokonywać pomiaru poziomu cieczy manometrycznej, a co za tym idzie ciśnienia wzorcowego, jest potrzebny układ pomiaru wysokości. Umożliwia to dokładny wysokościomierz cyfrowy sprzężony ze wskaźnikiem 9. Układ wysokościomierza nie jest w żaden sposób połączony z naczyniem 1. Należy więc pamiętać, aby podnosić naczynie ostrożnie i zwracać uwagę, czy nie odkształca ono wskaźnika 9.

Wysokościomierz składa się z dwóch suwaków powiązanych śrubą 8. Szczegół B pokazuje dokładnie cały układ suwaków.

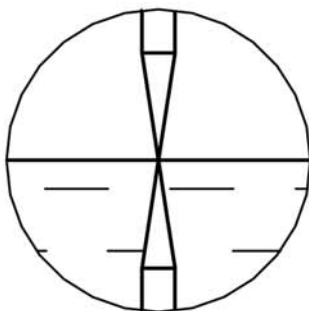
Pokrętła 5 i 7 służą do blokowania układu pomiarowego, natomiast pokrętło 8 umożliwia dokładny przesuw suwaka 4 względem 6. Aby dokonać pomiaru należy zanurzyć wskaźnik 9 w naczyniu, następnie zgrubnie przesunąć układem suwaków 4 i 6 tak, aby koniec wskaźnika 9 znalazł się tuż pod powierzchnią cieczy w naczyniu 1. Następnie należy przesunąć suwakami do góry tak, aby koniec wskaźnika 9 stykał się prawie z powierzchnią cieczy w naczyniu 1 i zablokować suwak 6 pokrętłem 7. Dalszy ruch wskaźnika 9, obserwowany w układzie optycznym 3, dokonuje się pokręcając śrubą 8 aż do momentu, gdy czubek zetknie się z powierzchnią cieczy. Odczytu wysokości dokonuje się z wyświetlacza cyfrowego umieszczonego na suwaku 4. Miejsce styku obserwowane jest pod pewnym kątem (5°) do poziomu cieczy.



- | | | |
|------------------------------|---|--------------------------------------|
| 1. Naczynie pomiarowe | 7. Pokrętko blokady suwaka 6 | 13. Pokrętko do podnoszenia naczynia |
| 2. Wyścięgnik | 8. Śruba dokładnego przesuw | 14. Statyw |
| 3. Układ powiększający | 9. Wskaźnik poziomu cieczy w naczyniu | 15. Cechowany mikromanometr |
| 4. Suwak z wyswietlaczem | 10. Śruba napędu układu powiększającego | 16. Lustro obrotowe |
| 5. Pokrętko blokady suwaka 4 | 11. Śruba napędu układu oświetlającego | |
| 6. Suwak domiaru | 12. Układ oświetlający | |

Rys. 13. Schemat stanowiska pomiarowego

W układzie optycznym 3 w efekcie uzyskujemy obraz wskaźnika 9 i jego odbicia od powierzchni cieczy. Zjawisko to pozwala precyzyjnie określić styk wskaźnika 9 z cieczą. Gdy „wskaźniki” 9 zetkną się z sobą oznacza to moment, że czubek wskaźnika 9 znajduje się dokładnie na powierzchni cieczy w naczyniu 1 (patrz rys. 14).



Rys. 14. Styk wskaźnika 9 z cieczą (z jego odbiciem od jej powierzchni)

11.2.1. Przebieg ćwiczenia

W celu uruchomienia stanowiska należy:

- ustalić z prowadzącym przełożenie manometru (zalecane)
- zdjąć pokrywę z naczynia 1,
- opuścić naczynie, pokręcając pokrętłem 13 do momentu, gdy na mikrometrze ciecz ustali się na poziomie zera,
- wprowadzić do naczynia wskaźnik 9, przesuując suwaki na wysokościomierzu,
- włączyć układ pomiarowy,
- ustawić układy optyczne tak, aby wyraźnie widoczne były punkt styku wskaźnika 9 z cieczą.

Tak przygotowany wstępnie układ gotowy jest do pierwszego pomiaru. W celu dokonania pierwszego pomiaru należy (oznaczenia wg rys. 13):

1. Całkowicie zanurzyć koniec wskaźnika 9 w cieczy manometrycznej
2. Dosunąć zgrubnie koniec wskaźnika 9 do powierzchni cieczy w naczyniu 1

Uwaga! W efekcie zgrubnego dosuwania koniec wskaźnika 9 musi pozostać jeszcze pod powierzchnią cieczy

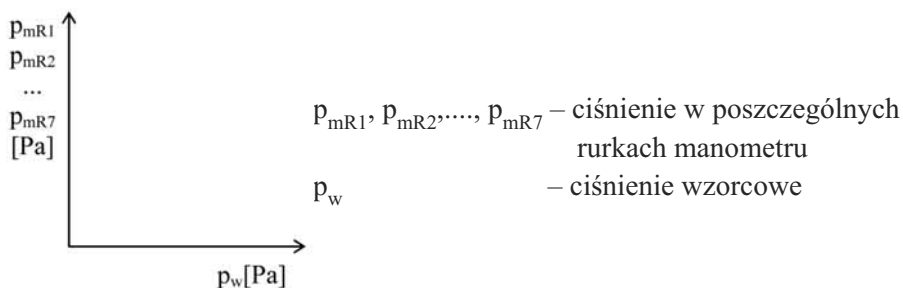
3. Zablokować śrubą 7 suwak 6
4. Pokręcając śrubą 8 doprowadzić do styku końcówki 9 z powierzchnią cieczy w naczyniu 1

5. Sprawdzić ostatecznie, czy manometr wskazuje dokładnie zero oraz czy występuje styk wskazówki z powierzchnią cieczy. Jeżeli spełnione są powyższe warunki zresetować wskazania wyświetlacza na suwaku 4.
6. Odblokować śrubę 7.
7. Podnieść wskazówkę 9, chwytając tylko za suwaki wysokościomierza.
8. Podnieść naczynie 1 o zadaną wartość za pomocą pokrętkła 13.
9. Wsunąć wskaźnik 9 do naczynia tak, aby koniec jego znalazł się pod powierzchnią cieczy.
10. Wykonać czynności opisane w punktach od 2 do 4.
11. Dokonać odczytu wskazań mikromanometru dla każdej z siedmiu rurek.
12. Dokonać odczytu wskazań z wysokościomierza cyfrowego.
13. Pomiary powtórzyć dla przynajmniej 10 punktów w całym zakresie pomiarowym.
14. Wyniki pomiarów mikromanometru zanotować w tabeli 2 (zamieszczonej w protokole).

W trakcie pomiaru nie wolno:

- **dotykać wskaźnika 9,**
- **resetować licznika w wysokościomierzu,**
- **opierać się o stół lub o urządzenia zamocowane na nim.**

Po wykonaniu wstępnych przeliczeń wysokości słupa cieczy manometrycznej (*milimetry*) na jednostki ciśnienia (*Pascale*) należy sporządzić charakterystyki poszczególnych rurek w badanym manometrze poniższego wzoru:



Na podstawie uzyskanych wyników pomiarów obliczyć wartości bezwzględnych i względnych odchyłek badanego manometru (poszczególnych rurek) od ciśnienia wzorcowego zgodnie z zależnością

– odchyłka bezwzględna $\Delta p = p_{m(Ri)} - p_w$

– odchyłka względna $\delta_{p(Ri)} = \frac{(p_{m(Ri)} - p_w)}{p_w} \cdot 100\%$

gdzie:

$p_{m(Ri)}$ – ciśnienie zmierzone badanym mikrometrem wg wskazań rurki (Ri)

p_w – ciśnienie wzorcowe

Wyniki obliczeń zanotować w tabeli 3 (protokół)

Na podstawie obliczonych wyników pomiarów narysować wykresy odchyłki względnej i bezwzględnej ciśnienia w funkcji wartości ciśnienia mierzonego.

Na podstawie sporządzonej charakterystyki wyznaczyć klasę przyrządu według następującej zależności

$$kl_{(Ri)} = \frac{|\Delta p_{(Ri)}|_{\max}}{z} \cdot 100\%$$

gdzie

z – zakres pomiarowy mikromanometru ($z = 0,45 \cdot \frac{\rho \cdot g}{i}$)

Klasę dokładności mikromanometru określa najniższa klasa dokładności rurki wchodzącej w skład manometru.

Pytania kontrolne

1. Podać definicję ciśnienia i omówić jego własności.
2. Omówić rodzaje ciśnień.
3. Dane jest ciśnienie równe 10 mH₂O. Przedstawić to ciśnienie w jednostkach układu SI oraz w jednostkach pozaukładowych.
4. Omówić rodzaje ciśnieniomierzy cieczowych.
5. Jakie wymagania powinny spełniać cieczy manometryczne?
6. Jakie czynniki mają wpływ na dokładność pomiarów dokonanych manometrami cieczowymi?
7. Co to jest błąd bezwzględny względny oraz klasa przyrządu?

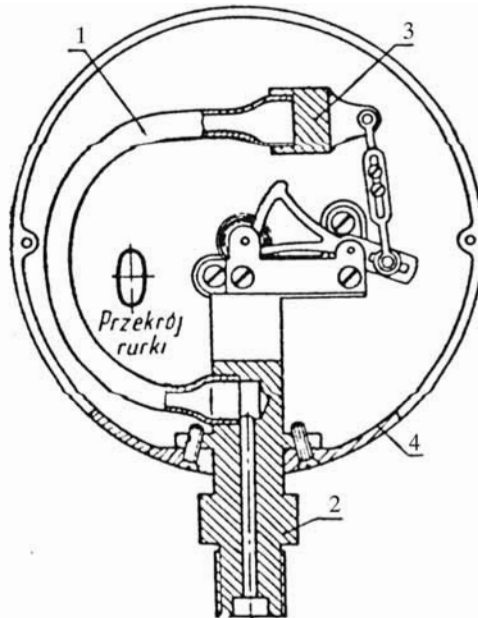
ROZDZIAŁ 12

12. POMIAR WYSOKICH CIŚNIEŃ, CECHOWANIE MANOMETRÓW

12.1. Podstawy teoretyczne

W ćwiczeniu nr 11 podano definicję ciśnienia oraz sposoby jego pomiaru przy pomocy mikromanometrów cieczowych, które stosujemy do pomiarów dokładnych głównie niskich ciśnień. Ponieważ ćwiczenie nr 12 dotyczy pomiaru ciśnień wysokich, **konieczna jest znajomość materiału zawartego w punktach 11.1 oraz 11.1.1.**

Do pomiaru wysokich ciśnień stosowane są najczęściej ciśnieniomierze z elementami sprężystymi. Działają one na zasadzie zmiany odkształcenia elementu sprężystego wraz ze zmianą ciśnienia. Elementy sprężyste mogą mieć kształt rurki, przepony, puszki lub mieszka. W zależności od typu elementu sprężystego manometry dzielimy na: rurkowe, przeponowe (membranowe), mieszkowe (puszkowe).



Rys. 12.1. Manometr z rurką Bourdona

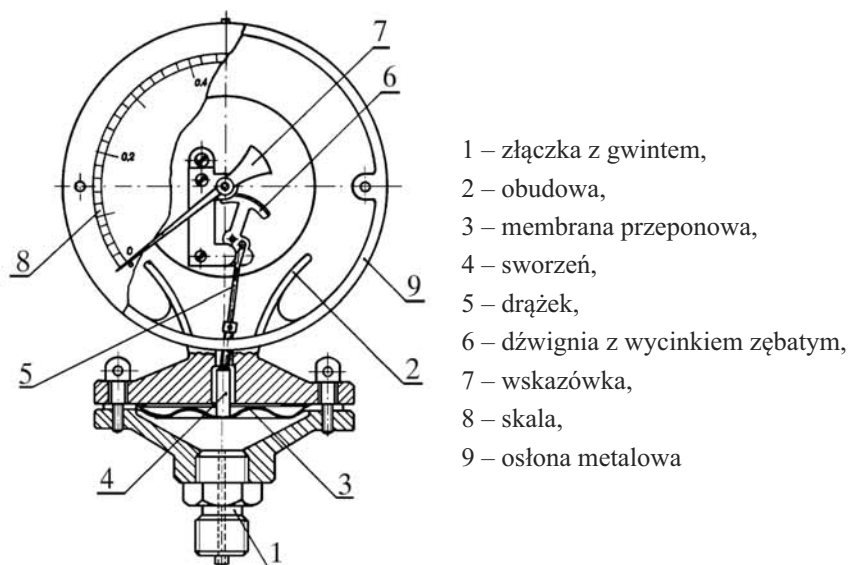
Zasadniczym elementem manometru rurkowego, którego schemat pokazano na rys. 12.1 jest metalowa rurka 1 (tzw. rurka Bourdona) o przekroju eliptycznym lub płaskoowalnym. Rurka ta zwinięta jest w kształcie koła w płaszczyźnie małych osi przekroju. Jeden koniec wlutowany jest w króciec 2, natomiast drugi zamknięty jest korkiem 3. Do króćca przymocowana jest również obudowa manometru zawierająca skalę oraz przekładnię zamieniającą przesuw końca rurki na obrót wskazówki. W przypadku, gdy wewnątrz rurki panuje ciśnienie wyższe od zewnętrznego, jej przekrój poprzeczny odkształca się i „stara” się zbliżyć do kołowego. Jednocześnie promień krzywizny rurki powiększa się, co powoduje przesunięcie jej swobodnego końca. Ciśnienie wewnątrz rurki mniejsze od zewnętrznego powoduje zjawisko odwrotne. Jeżeli przy pomiarach wysokich ciśnień od manometru wymagana jest duża czułość, a ze względów wytrzymałościowych rurka sprężysta jest grubościenna, stosuje się kąty zwinięcia większe niż 360° , przy czym rurka może mieć postać sprężyny spiralnej lub śrubowej. Rozwiązania takie stosuje się również w manometrach do pomiaru różnicy ciśnień oraz ciśnienia absolutnego. Różnicę odchyień rurek uzyskuje się poprzez zastosowanie odpowiedniego mechanizmu różnicowego lub sztywno łącząc ze sobą elementy sprężyste uzyskuje się wychylenie będące wypadkowym działaniem porównywanych ciśnień.

Swobodny koniec rurki powinien przemieszczać się możliwie proporcjonalnie do zmian ciśnienia. Warunek ten jest z dostateczną dokładnością spełniony przy małych odkształceniach. Granica proporcjonalności przemieszczeń końca w stosunku do ciśnienia panującego w rurce Bourdona zależy od właściwości materiału, z którego wykonana jest rurka i od jej wymiarów. Granica osiąga tym wyższe wartości, im mniejsza jest średnica rurki, większa jest grubość ścianki oraz im mniejszy jest stosunek dłuższej osi przekroju rurki do jej małej osi. W zakresie pomiarowym granica proporcjonalności nie może być przekroczona. Ponieważ przesuwanie się swobodnego końca rurki pod wpływem mierzonego ciśnienia jest niewielkie, w celu podłączenia wskaźnika i osiągnięcia wymaganych dokładności stosuje się przekładnie zębate, dźwigniowe lub niekiedy krzywkowe.

Zaletą opisanych manometrów jest prosta konstrukcja, bardzo szeroki zakres stosowania i możliwość przystosowania do zdalnego odczytu oraz rejestracji.

Wadą tych manometrów jest tzw. błąd opóźnienia sprężystego, przejawiający się tym, że przemieszczenie końca rurki nie nadąża za zmianami mierzonego ciśnienia.

nia. Błąd ten wzrasta, gdy zakres pomiarowy manometru zbliża się do granicy proporcjonalności określonej dla zastosowanej rurki.

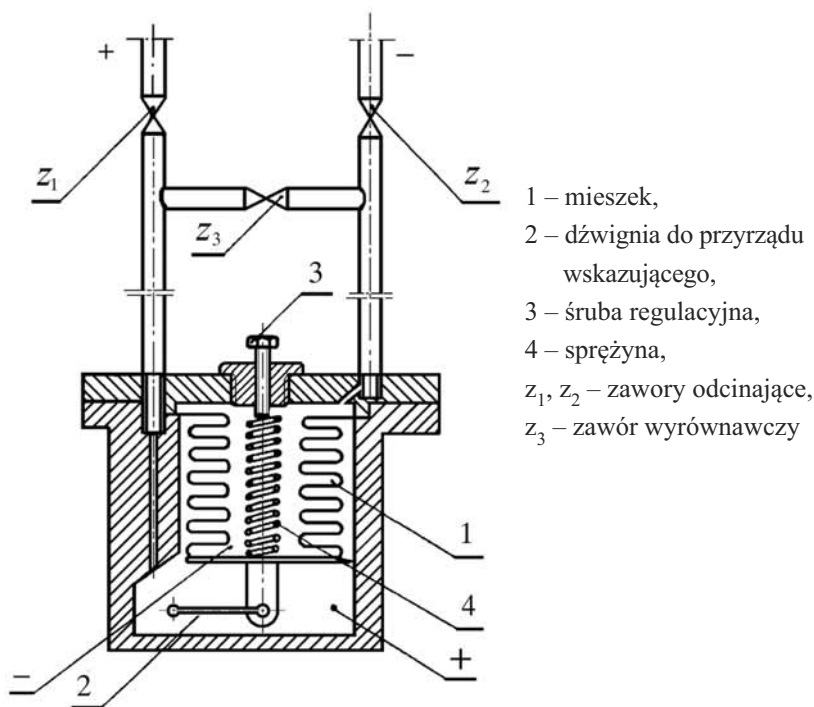


Rys. 12.2. Manometr przeponowy (membranowy)

W manometrach przeponowych (rys. 12.2) elementem sprężystym jest membrana (przepona) 3, której wielkość ugięcia jest funkcją ciśnienia na nią działającego. Odkształcenie przepony 3 jest przekazywane na wskazówkę 7 za pomocą sworznia 4 i drążka 5 oraz dźwigni z wycinkiem zębatym 6. Odczytu działającego ciśnienia dokonujemy na skali 8 manometru.

W manometrach mieszkowych (rys. 12.3) czujnikiem sprężystym jest cylindryczne naczynie cienkościenne z pierścieniowymi karbami, zwane mieszkem.

Pod wpływem działania obciążenia osiowego (ciśnienia zewnętrznego lub wewnętrznego) długość mieszka l zmniejsza się lub zwiększa w zależności od kierunku działającego obciążenia. Te zmiany długości są proporcjonalne do działającego obciążenia (ciśnienia) i są przekazywane za pośrednictwem dźwigni 2 oraz przekładni do wskazówki manometru. W celu zwiększenia sztywności, zmniejszenia histerezy i nieliniowości charakterystyki umieszcza się wewnątrz mieszka śrubową cylindryczną sprężynę 4.



Rys. 12.3. Schemat manometru mieszkowego

Manometry mieszkowe stosuje się najczęściej do pomiaru małych ciśnień ($0,05 \div 0,5$ MPa).

Opisane ciśnieniomierze budowane są jako manometry (do pomiarów nadciśnienia), wakuometry (do pomiarów podciśnienia) oraz manowakuometry. Cechowane są one w MPa, chociaż możemy spotkać manometry wyskalowane w jednostkach nie należących do układu SI (np. bar, at). Dokładność wskazań ciśnieniomierzy jak również innych przyrządów pomiarowych zależy od ich klasy dokładności, którą na podstawie wzoru (11.28) można określić jako:

$$kl = \frac{\Delta w}{z} \quad (12.1)$$

gdzie:

Δw – wartość bezwzględna dopuszczalnych błędów wskazań (1 działka)

z – zakres pomiarowy.

Manometry budowane są jako: wzorcowe ($kl = 0,25$), precyzyjne ($kl = 0,4$), kontrolne ($kl = 0,6$), przemysłowe ($kl = 1 \div 2,5$) oraz wskaźniki ciśnienia ($kl = 4 \div 6$). Pod wpływem eksploatacji następuje zużywanie się mechanizmów w manometrach oraz powstają trwałe odkształcenia plastyczne elementów sprężystych, co prowadzi do błędnych pomiarów. Dlatego zachodzi konieczność okresowego cechowania manometrów.

12.2. Analiza doświadczalna

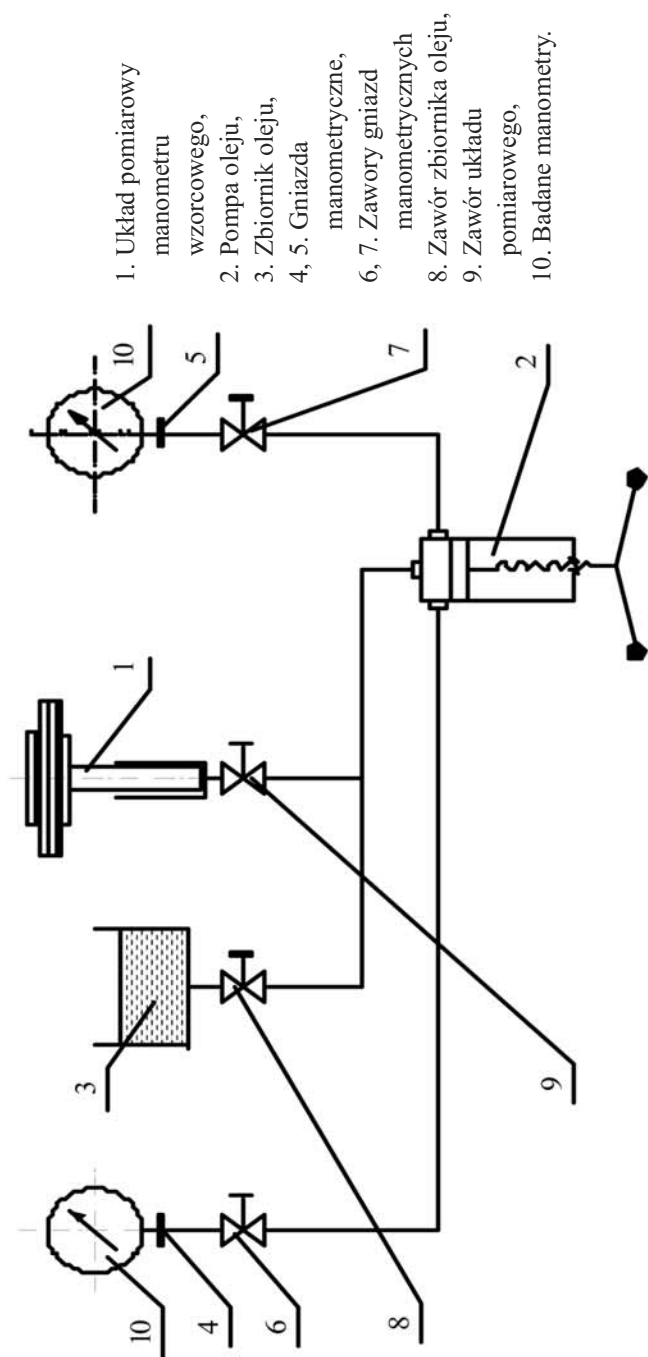
Celem ćwiczenia jest cechowanie manometrów sprężystych oraz wyznaczenie klasy dokładności przy użyciu dokładnego manometru obciążnikowo-tłoczkowego.

Stanowisko do cechowania manometrów składa się z manometru obciążnikowo-tłoczkowego oraz dwóch cechowanych manometrów. Ciśnienie wzorcowe wytwarzane jest w układzie pomiarowym 1 pokazanym na rys. 12.4. Na tłoczek pomiarowy nakładana jest znana ilość obciążników, znana jest również ich dokładna waga.

Znając powierzchnię tłoczka oraz dokładny ciężar obciążników możemy w sposób wyliczyć stosując definicję ciśnienia ciśnienie w układzie pomiarowym. Aby uprościć pomiary obciążniki wycechowano w jednostkach ciśnienia.

W celu wytworzenia w układzie żądanego ciśnienia należy otworzyć zawór 8. Pokrętle pompy tłoczkowej 2 pobrać olej ze zbiorniczka oleju transformatorowego 3. Gdy tłok pompy 2 jest maksymalnie cofnięty należy zamknąć zawór 8 i nałożyć odpowiednią ilość obciążników na tłok pomiarowy, a następnie otworzyć zawory 9 i 7. Pokrętle pompy oleju obracać w prawo, dopóki cecha na obciążniku podstawowym nie pokryje się z białą kreską na wskaźniku. Dodatkowo tłok pomiarowy należy wprowadzić w ruch obrotowy, aby zminimalizować siłę tarcia działającą w kierunku siły ciężkości, która występuje pomiędzy tłoczkiem pomiarowym, a ściankami cylindra. Wtedy, gdy wskaźniki pokryją się, należy dokonać odczytu ciśnienia z cechowanego manometru oraz z obciążników wycechowanych w jednostkach ciśnienia.

Na rys. 4 pokazano schemat hydrauliczny stanowiska pomiarowego.



Rys. 4. Schemat stanowiska pomiarowego

12.2.1. Przebieg ćwiczenia

W ćwiczeniu należy wyznaczyć zależność ciśnienia wskazywanego przez manometry w funkcji ciśnienia wzorcowego ustawianym na manometrze wzorcowym oraz określić klasę dokładności badanych manometrów. Przed uruchomieniem stanowiska należy pamiętać o kilku zasadach gwarantujących poprawne wyniki pomiarów oraz umożliwiających bezpieczne użytkowanie stanowiska:

- w układzie pompy tłoczkowej 2 elementem zapewniającym szczelność tłoczka oraz cylindra jest uszczelka gumowa. Jeżeli stanowisko nie było użytkowane przez więcej niż 24 godziny mogło wystąpić przylepienie uszczelki do powierzchni cylindra. Pokręcenie śruby napędowej tłoczka w lewą stronę może spowodować zniszczenie uszczelki. Aby temu zapobiec, należy w pierwszej kolejności wykonać dwa pełne obroty śruby tłoczka w prawo.
- przed każdorazowym otwarciem któregośkolwiek zaworu ciśnienie w układzie należy zredukować do ciśnienia otoczenia. W przeciwnym wypadku może to grozić wytryśnięciem oleju lub zniszczeniem części elastycznych manometrów.
- należy sprawdzić czy układ hydrauliczny stoiska jest odpowietrzony. Nawet niewielkie ilości powietrza mogą spowodować błędne wskazania ciśnienia. Jeżeli układ hydrauliczny praski jest zapowietrzony można to stwierdzić wywołując niewielkie nadciśnienie w układzie i przy zamkniętych zaworach 6, 7, 8 oraz otwartym zaworze 9 sprawdzić, czy tłoczek pomiarowy 1 można przesunąć „międko” w dół. Jeżeli jest to możliwe należy praskę odpowietrzyć zgodnie z instrukcją odpowietrzania.

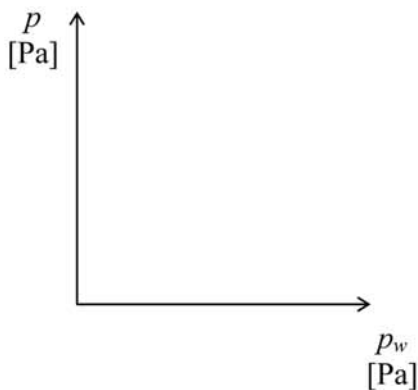
Aby dokonać pomiarów należy:

1. Sprawdzić, czy zawory 6, 9, i 7 (rys. 3) są zamknięte.
2. Otworzyć zawór 8.
3. Pokręćm pompy oleju 2 pokręcić w lewo, aż do oporu napełniając układ olejem.
4. Zamknąć zawór 8.
5. Na tłoczku pomiarowym umieścić obciążnik.
6. Otworzyć zawory 6, 7, 9. 7. Wprawić w ruch obrotowy obciążniki układu pomiarowego (ok. 90 obr/min).
8. Pokręćm pompy oleju 2 pokręcić w prawo, aż cecha na obciążniku podstawowym pokryje się z białą kreską wskaźnika umieszczonego obok układu 1.

9. Dokonać odczytu na manometrach wzorcowanych oraz ciśnienie wzorcowe z obciążników wycechowanych w jednostkach ciśnienia, a wyniki zapisać w tabeli (patrz protokół).
10. Zredukować ciśnienie w układzie do ciśnienia otoczenia.
11. Umieścić na tłoczku układu pomiarowego kolejny obciążnik i wykonać ponownie czynności opisane w punkcie 8.
12. Wykonać według poniższych zaleceń charakterystyki badanych manometrów oraz określić klasę ich dokładności.

Wzorcowane manometry mają zakresy do 6 MPa, co odpowiada zakresowi pomiarowemu praski hydraulicznej. Rodzaj i ilość obciążników pozwalają dokonywać pomiarów z krokiem 0,05 MPa począwszy od wartości 0,1 MPa.

Tak duża ilość punktów pomiarowych jest zbędna do wyznaczenia klasy dokładności badanych manometrów. Pomiarów należy dokonywać co 0,1 MPa.



gdzie:

p – wartość ciśnienia odczytana z manometru badanego

p_w – wartość ciśnienia odczytana z manometru obciążnikowo-tłokowego

Po wykonaniu pomiarów i wstępnych przeliczeń jednostek ciśnienia należy sporządzić charakterystyki badanych manometrów wg poniższego wzoru:

Na podstawie uzyskanych wyników pomiarów obliczyć wartości bezwzględnych i względnych odchyłek badanego manometru od ciśnienia wzorcowego zgodnie z zależnością:

odchyłka względna

$$\delta_{p_i} = \left| \frac{p_{m_i} - p_w}{p_w} \right| \cdot 100\%$$

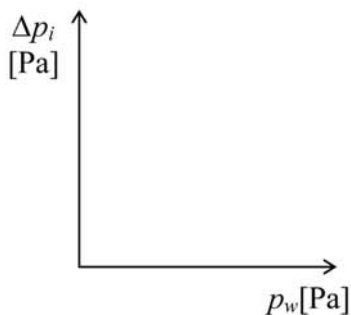
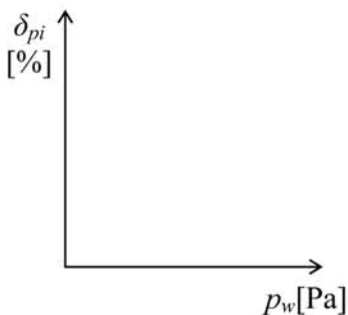
odchyłka bezwzględna

$$\Delta p_i = p_{m_i} - p_w$$

gdzie:

p_{m_i} – ciśnienie zmierzone badanym *i*-tym manometrem

p_w – ciśnienie wzorcowe.



Na podstawie obliczonych wyników wyznaczyć zależność odchyłki względnej i bezwzględnej ciśnienia od wartości mierzonej.

Na podstawie sporządzonej charakterystyki wyznaczyć klasę przyrządu według następującej zależności:

$$kl = \frac{|\Delta p_i|_{\max}}{z} \cdot 100\%$$

gdzie:

z – zakres pomiarowy.

Pytania kontrolne

1. Podać rodzaje manometrów stosowanych do pomiaru wysokich ciśnień.
2. Co to jest błąd bezwzględny względny oraz klasa przyrządu?
3. Podać rodzaje manometrów w zależności od ich klasy.
4. Jaka powinna być klasa dokładności manometru wzorcowego użytego do cehowania?
5. Dane jest ciśnienie równe 760 mmHg. Przedstawić to ciśnienie w jednostkach układu SI oraz w jednostkach pozaukładowych.

ROZDZIAŁ 13

13. WYZNACZANIE KRYTYCZNEJ LICZBY REYNOLDSA Re

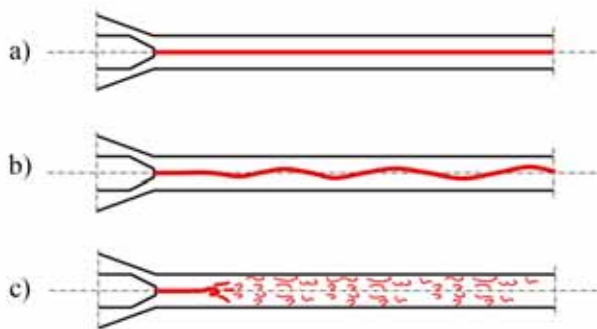
Celem ćwiczenia jest wyznaczenie krytycznej liczby Reynoldsa dla ruchu wody przepływającej przez przewód o przekroju kołowym oraz wizualizacja przepływu laminarnego i turbulентnego.

13.1. Podstawy teoretyczne. Ruch laminarny i burzliwy

Dwa różne rodzaje ruchu cieczy obserwowano już od dość dawna. Hagen już w 1839 r. zwrócił uwagę na fakt, iż charakter przepływu cieczy w cylindrycznej rurze zmienia się w zależności od określonych prędkości przepływu cieczy.

Ruch cieczy rzeczywistej przebiega w rozmaity sposób i jak wynika z doświadczenia i licznych obserwacji wpływ na to ma szereg czynników. Charakter ruchu cieczy lepkiej w znacznej mierze wyjaśniło doświadczenie Reynoldsa przeprowadzone w 1883 roku. Polegało ono na tym, że do szklanej rury, przez którą płynie główny strumień, Reynolds wprowadził niewielkie ilości zabarwionego płynu za pomocą cienkiej rurki ustawionej w osi przewodu, równoległe do przepływu. Przy małych prędkościach przepływu cieczy przez szklaną rurkę, barwnik unoszony jest przez strumień główny i układa się w postaci cienkiej prostoliniowej strugi, równoległe do osi przewodu (rys. 13.1a).

Przy stopniowym zwiększaniu prędkości obraz zaznaczony przez barwnik przechodzi z prostoliniowej strugi w pofalowaną (rys. 13.1b), a następnie rozrywa się i miesza ze strumieniem głównym cieczy (rys. 13.1c).



Rys. 13.1. Zachowanie się zabarwionej strugi w rurce szklanej dla różnych prędkości przepływu wody

W mechanice płynów ruch cieczy lepkiej klasyfikujemy na dwie kategorie, ruch laminarny (przestawiony na rys. 13.1a) i ruch turbulentny (przedstawiony na rys. 13.1c). Związane jest to z różnym zachowaniem poruszających się elementów cieczy.

Ruch **laminarny** nazywany również ruchem uwarstwionym, uspokojonym charakteryzuje odpowiednio mała prędkość przepływu. Reynolds zauważył, że straty ciśnienia w tym przepływie są proporcjonalne do prędkości przepływu w pierwszej potęgze. Poszczególne warstwy płynu poruszają się zgodnie z kierunkiem osi przewodu i nie wykonują ruchów poprzecznych do osi. Oznacza to, że nie występuje mieszanie się elementów płynu pomiędzy warstwami. Podstawowym parametrem zapewniającym taki ruch jest prędkość przepływu.

Wzrost przepływu cieczy sprawia, że elementy płynu zaczynają poruszać się nie tylko w głównym kierunku przepływu, ale zaczynają wykonywać również ruchy poprzeczne. Prowadzi to do mieszania się warstw cieczy, czyli wymiany elementów cieczy pomiędzy warstwami. Takie poprzeczne ruchy cząsteczek nazywane są fluktuacjami turbulentnymi a ruch cieczy nazywamy **turbulentnym** lub **burzliwym**. Przepływ burzliwy ma charakter przestrzenny (trójwymiarowy). Elementy płynu poruszają się w sposób nieustalony. Ruchy pulsacyjne są nieuporządkowane i trudne do przewidzenia. Mimo pulsacyjnego charakteru ruchu średnie parametry są stałe w czasie. Pulsacje w przepływie burzliwym dotyczą oprócz prędkości również ciśnienia, gęstości i temperatury. Straty ciśnienia w tym przepływie są proporcjonalne do prędkości w potęgze 1,7-2,0.

Znajomość rodzaju ruchu ma istotne znaczenie praktyczne. Jest podstawą wyboru właściwej wersji równań ruchu. Pozwala określić zależność między stratami energii mechanicznej a prędkością przepływu. Rodzaj ruchu umożliwia jakościowy opis profilu prędkości w przekroju strumienia.

W zagadnieniach praktycznych przepływu cieczy w rurociągach i kanałach otwartych większość to przepływy turbulentne. Ruch laminarny może wystąpić jedynie przy małych prędkościach przepływu, np. przy przepływach cieczy przez ośrodki porowate.

Na podstawie teorii podobieństwa Reynolds wywnioskował, że przejście od przepływu laminarnego do turbulentnego w rurach o różnej średnicy i dla płynów o różnej lepkości i różnej prędkości średniej powinno zachodzić przy tej samej

wartości stosunku $\frac{w_{sr} d}{\nu}$.

Wartość tego stosunku nazwana została liczbą Reynoldsa.

$$Re = \frac{w_{sr} d}{\nu} \quad (13.1)$$

gdzie:

Re – liczba Reynoldsa (wielkość niemianowana)

w_{sr} – średnia prędkość przepływu

d – średnica przewodu

ν – kinematyczny współczynnik lepkości

Wartość tej liczby odpowiadająca przejściu z przepływu laminarnego w turbulentny nazywa się *krytyczną wartością liczby Reynoldsa* i oznacza Re_{kr} . Jak wykazały badania, przejście od ruchu laminarnego do turbulentnego może zachodzić przy różnych wartościach liczby Reynoldsa. Spowodowane jest to wpływem różnych parametrów takich jak: chropowatość wewnętrznej powierzchni przewodu, wielkości zaburzenia strumienia wchodzącego do przewodu, wstrząsy przewodu, sposób wprowadzenia barwnika.

Na podstawie własnych badań Reynolds ustalił krytyczną wartość $Re_{kr} = 2000$ z niewielkimi odchyleniami od tej wielkości. Na podstawie późniejszych badań przeprowadzonych między innymi przez Schillera (1921 r.), dla technicznie gładkich rur otrzymano wartość $Re_{kr} = 2320$ (potwierdzoną w licznych późniejszych badaniach).

Bardzo staranne wykonanie badań sprawia, że ruch laminarny można utrzymać aż do wartości liczby Reynoldsa $Re \cong 50000$.

Przyjęto, że liczba Reynoldsa posiada dwie wartości krytyczne, *dolną wartość krytyczną*, która wynosi:

$$Re_{krd} = 2320$$

oraz *górną wartość krytyczną*, która wynosi:

$$Re_{krg} = 50000$$

Możemy stwierdzić, że jeżeli liczba Reynoldsa analizowanego przepływu:

$$Re \leq 2320$$

to wówczas zawsze przepływ jest laminarny, bez względu na zakłócenia powstające podczas przepływu.

W przypadku gdy:

$$Re \geq 50000$$

będziemy mieli zawsze przepływ burzliwy.

Natomiast w zakresie liczb Reynoldsa

$$2320 < Re < 50000$$

zależnie od czynników omówionych powyżej, może ustalić się w przewodzie przepływ laminarny lub turbulentny.

Dla celów praktycznych można przyjąć, że powyżej wartości 2320 występuje ruch turbulentny a poniżej laminarny.

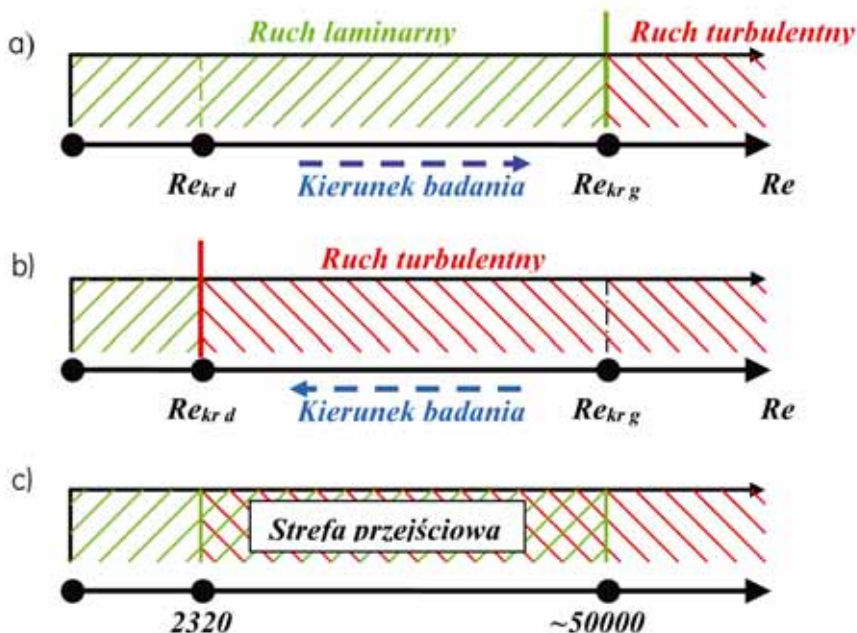
Z powyższej analizy wynika, że doświadczenie możemy przeprowadzić w dwójki sposób.

Pierwszy sposób polega na stopniowym zwiększaniu prędkości przepływu obserwując przejście z przepływu laminarnego w turbulentny. Najmniejszą liczbą Reynoldsa określoną wg (4.7), przy której można zaobserwować przejście jest wartość 2320. Dla większych wartości liczby Reynoldsa niż 2320 przepływ laminarny jest niestabilny. Nawet niewielkie zakłócenie zewnętrzne powoduje wówczas utratę laminarnego charakteru przepływu, a raz wytworzony ruch turbulentny utrzymuje się w sposób trwały.

Nie udało się utrzymać ruchu laminarnego powyżej wartości liczby Reynoldsa 50000.

Drugi sposób odwrotny, obserwujemy przejście z przepływu turbulentnego w laminarny, to znaczy następuje stopniowe zmniejszanie prędkości przepływu a zatem i wartości liczby Reynoldsa począwszy od wartości 50000 do wartości mniejszych niż 2320. Z obserwacji wynika, że dla wartości powyżej 2320 nie zaobserwowano ruchu laminarnego (mimo, że występował on dla tej wartości Re

przy zwiększaniu prędkości przepływu). Dowodzi to wcześniejszego stwierdzenia, że powyżej wartości $Re = 2320$ raz wywołany ruch turbulentny nie może już przejść w ruch laminarny. Dopiero dla wartości $Re = 2320$ następuje przejście w ruch laminarny utrzymujący się także poniżej tej wartości.

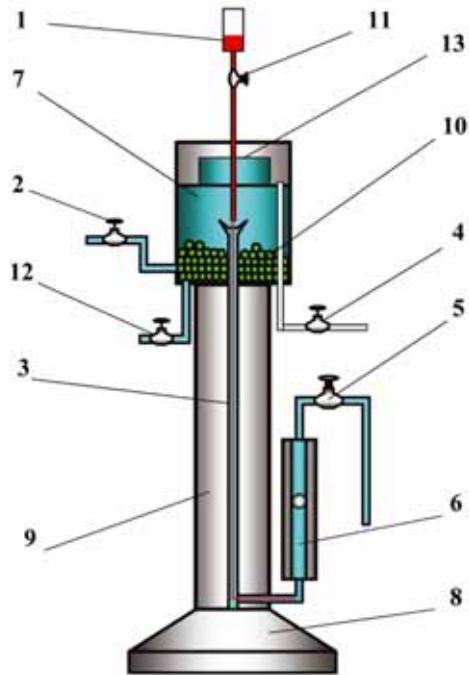


Rys. 13.2. Ilustracja sposobu przeprowadzania ćwiczenia:

- a – zwiększanie prędkości przepływu cieczy (przejście z ruchu laminarnego w turbulentny),
- b – zmniejszanie prędkości przepływu cieczy (przejście z ruchu turbulentnego w laminarny),
- c – strefy występowania ruchu laminarnego i turbulentnego

13.2. Schemat stanowiska pomiarowego

Ćwiczenie wykonywane jest na stanowisku przedstawionym na rys. 13.2. Konstrukcja ta zbliżona jest do stanowiska badawczego wykonanego przez Reynolda. Składa się z pionowej kolumny 9 osadzonej na stojaku 8, na pionowej kolumnie znajduje się zbiornik z wodą 7. Stały poziom wody w tym zbiorniku zapewniają zawory 2 i 4, tj. zawór doprowadzający wodę oraz zawór przelewowy, którym usuwany jest nadmiar wody.



Rys. 13.3. Doświadczenie Reynoldsa:

1 – zbiorniczek z barwnikiem, 2 – zawór doprowadzający wodę do zbiornika zasilającego, 3 – przezroczysta rurka obserwacyjna, 4 – zawór przelewowy, 5 – zawór do regulacji natężenia przepływu wody, 6 – Rotametr, 7 – zbiornik zasilający z wodą, 8 – stojak, 9 – pionowa kolumna, 10 – kulki, 11 – zawór do regulacji natężenia przepływu barwnika, 12 – zawór spustowy wody, 13 – krawędź przelewowa

Wzdłuż pionowej kolumny umieszczona jest przezroczysta rurka obserwacyjna 3 o stałej średnicy $d = 12$ mm. Początek rurki umieszczony jest w zbiorniku z wodą 7, natomiast koniec podłączono z Rotametrem 6. Stały poziom wody w zbiorniku 7 zapewnia stałe natężenie przepływu wody (a zatem i stałą prędkość wody) w rurce obserwacyjnej 3. Wielkość tego natężenia możemy zmieniać zaworem 5. Do rurki obserwacyjnej, której wlot jest odpowiednio wyprofilowany podajemy centralnie barwnik ze zbiorniczka 1. Natężenie przepływu barwnika możemy regulować zaworem 11. W celu wyeliminowania zaburzeń przepływu, króciec doprowadzający wodę do zbiornika 7 przysypany jest szklanymi kulkami 11 tłumiącymi wiry, pulsacje i zaburzenia wywołane strumieniem dopływającej wody.

13.3. Przebieg doświadczenia

W ćwiczeniu należy trzykrotnie wywołać przejście z ruchu laminarnego w turbulentny oraz trzykrotnie wywołać przejście z ruchu turbulentnego w laminarny i w każdym przypadku określić wartość krytycznej liczby Reynoldsa.

13.4. Czynności przygotowawcze

Przed przystąpieniem do wykonania ćwiczenia należy:

1. Zakręcić zawór spustowy wody 12 i odkręcić zawór 2 doprowadzający wodę do zbiornika zasilającego. Ustalić stały poziom wody w zbiorniku zasilającym. Woda powinna cały czas przelewać się przez krawędź przelewową a jej nadmiar usuwany przewodem przelewowym, w razie potrzeby można zwiększyć ilość wody dopływającej do zbiornika zaworem 2.

Obserwacja przejścia z ruchu laminarnego w turbulentny

2. Wywołać przepływ wody w przewodzie obserwacyjnym 3, poprzez delikatne otwarcie zaworu regulacyjnego 5. Ustawić małe natężenie przepływu $Q \approx 25 \text{ l/h}$.
3. Po ok. 5 min odczytać temperaturę wody w zbiorniku zasilającym.
4. Dla zmierzonej temp. odczytać z tabeli współczynnik lepkości kinematycznej wody.
5. Ustawić rurkę z barwnikiem tuż nad wlotem do rurki obserwacyjnej.
6. Doprowadzić barwnik do przewodu otwierając zawór 11. Zaobserwować cienką strugę barwnika w przewodzie obserwacyjnym 3, świadczącą o przepływie laminarnym. Ustawić ilość barwnika tak, aby wyraźnie tworzył cienką strugę.
7. Zwiększając stopniowo prędkość przepływu wody w przewodzie obserwacyjnym poprzez odkręcanie zaworu 5, zaobserwować możliwie dokładnie **moment przejścia ruchu laminarnego w turbulentny**. W momencie zaobserwowania zmiany charakteru ruchu przerywamy zwiększanie natężenia przepływu zaworem 5.
8. Z rotametu 6 odczytujemy natężenie przepływu wody Q [l/h].

Czynności opisane w punktach 2–8 powtórzyć sześciokrotnie zwiększając natężenie przepływu wody w kolejnych badaniach o 10-15 l/h. Wyniki zanotować w tabeli 13.1. Pozwolą nam one na wyznaczenie liczby Reynoldsa $R_{ekr g}$ dla tego stanowiska.

Obserwacja przejścia z ruchu turbulentnego w laminarny

9. Ustawić duże natężenie przepływu wody w przewodzie obserwacyjnym zaworem 5 (Q ok. 100l/h).
10. Po ok. 5 min. Odczytać temperaturę wody w zbiorniku zasilającym.
11. Dla zmierzonej temp. odczytać z tabeli współczynnik lepkości kinematycznej wody.
12. Doprowadzić barwnik do przewodu.
13. Zmniejszając prędkość przepływu wody w przewodzie obserwacyjnym zaobserwować możliwie dokładnie **moment przejścia ruchu turbulentnego w laminarny**.
14. Zakręcić dopływ barwnika.
15. Z rotametru 6 odczytujemy natężenie przepływu wody Q [l/h].
16. Odczytujemy temperaturę wody w zbiorniku zasilającym.
17. Dla zmierzonej temp. wody odczytać z tabeli współczynnik lepkości kinematycznej.
18. Obliczyć liczbę Reynoldsa.

Czynności opisane w punktach 9–18 powtórzyć sześciokrotnie, zmniejszając natężenie przepływu wody w kolejnych badaniach o 5-10 l/h. Wyniki zanotować w tabeli 13.2. Największą wartość liczby Reynoldsa, dla której zaobserwujemy przepływ laminarny przyjmujemy jako krytyczną liczbę Reynoldsa $R_{ekr d}$ dla tego stanowiska.

Obserwacja profilu prędkości dla przepływu laminarnego

19. Koniec rurki z barwnikiem wsunąć do wyprofilowanego wlotu rurki obserwacyjnej.
20. Ustawić natężenie przepływu wody w rurce obserwacyjnej zaworem 5 na wartość $Q \approx 25$ l/h.
21. Kilkakrotnie zakręcić i odkręcić zawór 11 uruchamiający przepływ barwnika. Pojawi się wówczas w rurce obserwacyjnej kilka kropli barwnika, które pozwolą zaobserwować charakterystyczny, paraboliczny profil prędkości dla przepływu laminarnego.

Opracowanie wyników pomiarów

Do opracowania wyników pomiaru należy:

1. Na podstawie pomierzonej temperatury wyznaczenie współczynnika lepkości cieczy ν [m^2/s].
2. Odczytanie natężenia przepływu wody Q [l/h].
3. Dla każdego pomiaru obliczyć liczbę Reynoldsa ze wzoru:

$$R_e = \frac{4Q[l/h]}{3600 \cdot \pi \cdot \nu[m/s^2] \cdot D[mm]}$$

Wyniki zebrać w tabeli 13.1, 13.2.

Zawartość sprawozdania

Sprawozdanie winno zawierać:

- Cel i zakres ćwiczenia,
- Wstęp teoretyczny z wyjaśnieniem celowości wyznaczania liczby Reynoldsa,
- Schemat stanowiska i opis doświadczenia,
- Tabelkę z wynikami pomiarów i obliczeń,
- Przykład obliczeniowy z przeliczeniem jednostek
- Wnioski z wyznaczonych wartości liczb Reynoldsa, porównanie ich z dolną i górną krytyczną liczbą Reynoldsa, i, czynników wpływających na wynik, możliwości obserwacji zmian charakteru ruchu.

Pytania kontrolne

1. Dolna i górna wartość krytyczna liczby Reynoldsa.
2. Omówić metody wyznaczania liczby Reynoldsa.
3. Scharakteryzować przepływ laminarny.
4. Scharakteryzować przepływ turbulentny.
5. Omówić doświadczenie Reynoldsa.

Tabela 13.1. Tabela pomiarowa do wyznaczenia liczby Reynoldsa R_{eKRg} przy przejściu z przepływu laminarnego w turbulentny.

Lp.	t [°C]	$\nu \cdot 10^6$ [m ² /s]	Q [l/h]	Re	Uwagi (Rodzaj przepływu – laminarny, turbulentny)
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Średnica wewnętrzna rurki obserwacyjnej: D = 12 mm

$$R_e = \frac{4Q[l/h]}{3600 \cdot \pi \cdot \nu[m/s^2] \cdot D[mm]}$$

Tabela 13.2. Tabela pomiarowa do wyznaczenia krytycznej liczby Reynoldsa przy przejściu z przepływu turbulentnego w laminarny

Lp.	t [°C]	$\nu \cdot 10^6$ [m ² /s]	Q [l/h]	Re	Uwagi (Rodzaj przepływu – laminarny, turbulentny)
1					
2					
3					
4					
5					
6					

Średnica wewnętrzna rurki obserwacyjnej: D = 12 mm

$$R_e = \frac{4Q[l/h]}{3600 \cdot \pi \cdot \nu[m/s^2] \cdot D[mm]}$$

ROZDZIAŁ 14

14. WYZNACZANIE OPORÓW PRZEPLYWU

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości współczynników oporów miejscowych i oporów liniowych przy przepływie wody przez rurociągi zamknięte o przekroju kołowym. Przy badaniu oporów miejscowych celem jest wyznaczenie współczynników dla szeregu kształtek (kolanek, o różnych średnicach, kątach i promieniach zakrzywienia), wyznaczenie współczynników dla różnego typu zaworów. Przy badaniu oporów liniowych celem jest wyznaczenie współczynnika tych strat przy przepływie wody przez rurociągi o różnych średnicach

14.1. Podstawy teoretyczne

Przepływająca przewodem pod ciśnieniem **ciecz rzeczywista** musi pokonać opory przepływu wynikające z jej lepkości, zmian geometrii przewodu i zmian kierunku przepływu strumienia, tracąc na pokonanie tych oporów część swojej energii mechanicznej.

Energię mechaniczną (energia potencjalna plus kinetyczna) strumienia przepływającej cieczy możemy obliczyć na podstawie tzw. trójmianu Bernoulliego.

$$E = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\alpha V^2}{2g} \quad (14.1)$$

gdzie:

E – energia mechaniczna wyrażona w jednostkach wysokości słupa cieczy

z – wzniesienie środka ciężkości przekroju poprzecznego strumienia
ponad przyjęty poziom odniesienia (porównawczy),

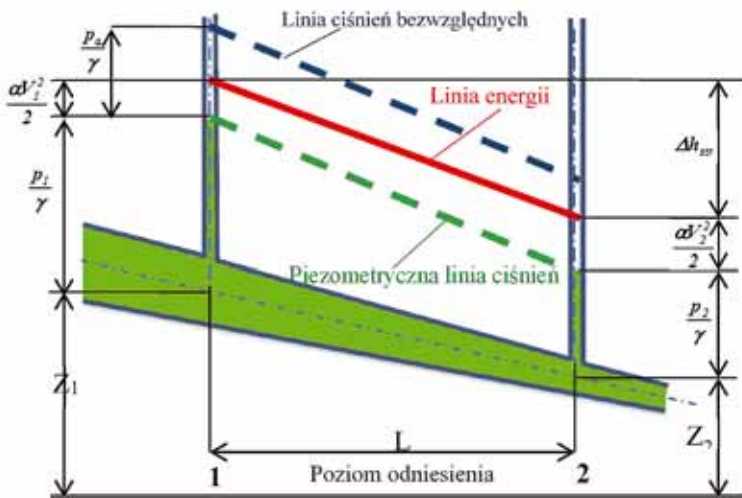
p – ciśnienie,

α – współczynnik de Saint Venanta.

Przepływ cieczy przez wybrany odcinek przewodu zamkniętego, ograniczony przekrojami 1 i 2 możemy przedstawić równaniem:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{str(1-2)} \quad (14.2)$$

Z równania tego wynika, że w trakcie przepływu może ulegać zmianie forma energii mechanicznej (tj. energia potencjalna może przekształcać się w kinetyczną i odwrotnie), co jest spowodowane wspomnianymi oporami przepływu. Energia mechaniczna cieczy tracona na pokonanie oporów tarcia przy przepływie, określona jest stratami energii mechanicznej lub stratami hydraulicznymi i oznaczana h_{str}



Rys. 14.1 Piezometryczna linia ciśnień, linia energii i linia ciśnień bezwzględnych przy przepływie cieczy przez przewód

Straty energii mechanicznej strumienia przepływającej cieczy możemy podzielić na:

- **Straty liniowe** (straty na długości przewodu),
- **Straty miejscowe** (zwane lokalnymi)

Straty liniowe

Straty liniowe nazywane stratami na długości przewodu spowodowane są tarciem wewnętrznym cieczy oraz w obszarze warstwy przyściennej.

W procesach technologicznych płyny są zwykle transportowane rurociągami, w których efekt lepkości prowadzi do „tarcia” i rozproszenia pracy użytecznej

w ciepło. To tarcie jest zwykle pokonane zarówno na drodze ciśnienia wygenerowanego przez pompę lub opadania pod wpływem grawitacji z wyższego poziomu na niższy

Straty te zależą od:

- rodzaju przepływającej cieczy
- prędkości jej przepływu
- rodzaju ruchu w przewodzie (laminarny, turbulentny),
- parametrów geometrycznych przewodu (długość, wymiary przekroju poprzecznego),
- chropowatości przewodu.

W obu przypadkach jest zwykle niezbędne, aby wiedzieć, z jaką prędkością płynie ciecz i w związku z tym, z jakim przepływem mamy do czynienia.

Dla ustalonego przepływu cieczy rzeczywistej (lepkiej) w rurociągach, zarówno dla przepływów laminarnych jak i turbulentnych straty energii mechanicznej w przewodzie o przekroju kołowym (średnicy d) i długości L możemy wyznaczyć z formuły Darcy'ego-Weisbacha:

$$h_{str} = \lambda \frac{L}{d} \frac{w^2}{2g} \quad (14.3)$$

gdzie:

w – średnia prędkość strumienia [m/s],

g – przyspieszenie ziemskie [9,81m/s²],

λ – bezwymiarowy współczynnik oporów liniowych (współczynnik strat tarcia)

L – długość rurociągu [m],

d – średnica przewodu [m]

Opory liniowe cieczy przepływającej pod ciśnieniem najczęściej obliczamy ze wzoru Darcy'ego-Weisbacha. Dla przekroju innego niż kołowy opory liniowe wyznaczamy ze wzoru:

$$h_{str} = \lambda \frac{L}{4R_h} \frac{w^2}{2g} \quad (14.4)$$

gdzie: liniowy wymiar charakteryzujący przekrój nazywany promieniem hydraulicznym R_h .

Promień hydrauliczny definiujemy jako:

$$R_h = \frac{F}{U} \quad (14.5)$$

gdzie:

F – pole przekroju przewodu

U – obwód zwilżony

Dla przewodu kołowego o średnicy d promień hydrauliczny $R_h = (1/4) d$.

Największe trudności z wykorzystaniem wzoru Darcy'ego-Weisbacha związane są z określeniem wartości współczynnika oporów liniowych λ . Współczynnik oporów liniowych λ zależy od charakterystyki ruchu określanej liczbą R_e oraz chropowatości przewodu określanej bezwymiarowym parametrem zwanym chropowatością względną przewodu ε

$$\lambda = \lambda(R_e, \varepsilon), \quad (14.6)$$

$$\varepsilon = \frac{k}{d} \quad (14.7)$$

Materiał, z którego wykonane są przewody (rury) cechuje pewna niedokładność technologiczna nazywana chropowatością rurociągu. Zależy ona nie tylko od materiału ale i od stopnia jego zużycia (korozja przewodów). Miarą chropowatości jest średnia wysokość nierówności na powierzchni przewodu k (wyrażana w mm). Nazywamy ją chropowatością bezwzględną. Wartości chropowatości bezwzględnej są podawane w odpowiednich tabelach dla rur nowych wykonanych z różnych materiałów oraz dla rur już eksploatowanych.

Aby określić wpływ chropowatości rurociągu na parametry przepływu musimy znać relację pomiędzy chropowatością bezwzględną k a grubością warstwy przyściennej δ powstającej podczas przepływu cieczy w rurociągu.

Jak wynika z doświadczenia, grubość warstwy przyściennej zmniejsza się ze wzrostem liczby Reynoldsa to znaczy, że im bardziej turbulentny (zaburzony) jest przepływ tym większe znaczenie odgrywa chropowatość rurociągu. Dla małych liczb Reynoldsa chropowatość rurociągu nie odgrywa już takiej roli i opory przepływu zależą tylko od tej liczby. Dla przepływów laminarnych można wykazać, że:

$$\lambda = \frac{64}{R_e} \quad (14.8)$$

gdzie: R_e – liczba Reynoldsa obliczana ze wzoru:

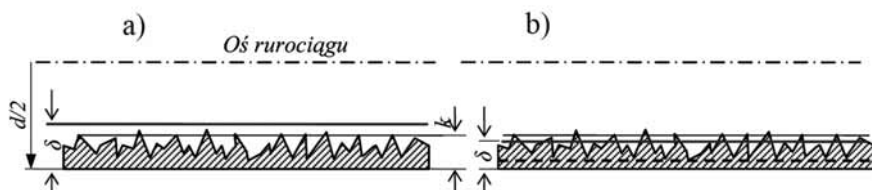
$$R_e = \frac{w \cdot d}{\nu} \quad (14.9)$$

gdzie:

d – średnica rurociągu,

ν – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy

w – prędkość przepływającej cieczy



Rys. 14.2. Warstwa przyścienna i chropowatość rurociągu

(k – średnia wysokość nierówności, δ – grubość warstwy przyściennej),

a) – rura hydraulicznie gładka $k < \delta$, b) – rura hydraulicznie szorstka $k > \delta$

Łatwo wykazać, podstawiając zależność (14.8 i 14.9) do (14.3), że dla przepływu laminarnego wysokość strat energii h_{str} jest wprost proporcjonalna do prędkości w pierwszej potęgze.

Ustalenie jednoznacznego związku (14.6) dla przepływów turbulentnych nie jest możliwe. Związek ten zależy od wartości liczby Reynoldsa oraz od chropowatości rurociągu. Badania takich przepływów przeprowadził H. Blasius. Badał przepływy w gładkich rurach mosiężnych dla liczb Reynoldsa do 10^5 i zapisał formułę dla rur hydraulicznie gładkich.

$$\lambda = \frac{0,3164}{R_e^{0,25}} \quad (14.10)$$

Dla rur hydraulicznie gładkich straty energii są proporcjonalne do prędkości przepływu w potęgze 1,75. Dalszy wzrost liczby Reynoldsa wprowadza nas w strefę, dla której współczynnik oporów liniowych λ , zależy również od chropowatości ru-

rociągu. Jako jeden z pierwszych, badania w tej strefie przepływów prowadził japoński badacz Nikuradse. Chropowatość uzyskiwał poprzez przyklejenie ziarenek piasku o różnej granulacji na wewnętrznej wysmołowanej ścianie rurociągu. Nazywamy ją chropowatością sztuczną. W wyniku jego badań powstał wykres (14.3) przedstawiający zależność współczynnika oporów liniowych λ w funkcji chropowatości rurociągu (reprezentowanej przez chropowatość względną ε) dla całego zakresy liczby Reynoldsa. Wykres ten nazywany jest „harfą Nikuradsego”. Badania przepływów w rurociągach o chropowatości naturalnej tzw. technicznej, badali Colebrook i White, Walden z Politechniki Warszawskiej i inni. Na podstawie ich badań powstał wykres nazywany wykresem Colebrooka-White’a lub Moody’ego (rys. 14.4). Wykres Colebrooka-White’a zyskał powszechne uznanie na Konferencji Wodociągowej w Paryżu w roku 1966. Z analizy tych wykresów wynika, że w środkowym zakresie liczb Reynoldsa (dla rur hydraulicznie szorstkich), współczynnik oporów liniowych λ zależy zarówno od liczby Reynoldsa jak i chropowatości względnej rurociągu. Dla tego zakresu istnieje wiele wzorów określających związek (14.6). Najczęściej stosowany jest jednak wzór Colebrooka-White’a.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{R_e \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,72d} \right) \quad (14.11)$$

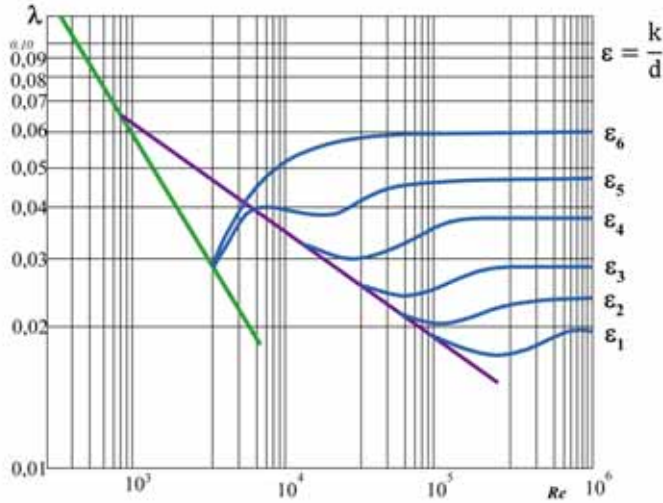
Dla tego zakresu liczb Reynoldsa wysokość strat energii h_{str} jest wprost proporcjonalna do prędkości w potęgze zmieniającej się w zakresie 1,75-2,0.

Wzór (14.11) jest uwikłany i stąd nieprzydatny do obliczeń ręcznych. Wygodniejszą postać ma wzór Altšula

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{k}{d} + \frac{68}{R_e} \right)^{\frac{1}{4}}$$

bardzo dobrze aproksymujący wyniki badań Colebrooka-White’a w całym zakresie przepływu turbulentnego.

Jak możemy zaobserwować na wykresie Colebrooka-White’a, dla pewnych wartości liczb Reynoldsa, linie na wykresie przyjmują położenie poziome, oznacza to, że dla takich przepływów współczynnik oporów liniowych λ zależy tylko od chropowatości względnej rurociągu ε a nie zależy od liczby Reynoldsa R_e .



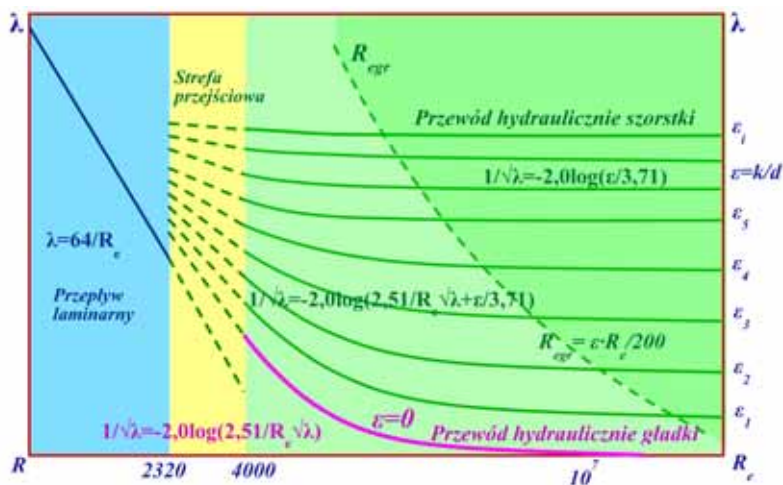
Rys. 14.3 Wykres zależności pomiędzy współczynnikiem oporów liniowych λ , liczbą Reynoldsa Re i chropowatością względną ε , Nikuradsego

W tej strefie przepływów wysokość strat energii h_{str} jest wprost proporcjonalna do prędkości w potęgze 2. Dlatego strefę tę nazywamy „strefą kwadratowych oporów przepływu”. Współczynnik oporów liniowych możemy dla tej strefy obliczać z uproszczonego wzoru Colebrooka-White’a

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,72d} \right) \quad (14.12)$$

Jak widać z wykresów (14.3 i 14.4) badany obszar można podzielić na pięć części:

- I. Obszar ruchu laminarnego $Re < 2300$ – wzór (14.8).
- II. Obszar przejścia od ruchu laminarnego do turbulentnego $2300 \leq Re < 4000$.
- III. Obszar rur hydraulicznie gładkich. Wartość λ maleje ze wzrostem Re .
- IV. Obszar przejściowy od rur hydraulicznie gładkich do chropowatych, w którym wartość współczynnika λ początkowo maleje, a potem rośnie do stałej wartości.
- V. Obszar przepływu przy zupełnej chropowatości, tzn. obszar kwadratowej zależności oporów od prędkości. Współczynnik λ nie zależy od Re .



Rys. 14.4. Wykres zależności pomiędzy współczynnikiem oporów liniowych λ , liczbą Reynoldsa R_e i chropowatością względną ε – Colebrook-White'a

Straty miejscowe

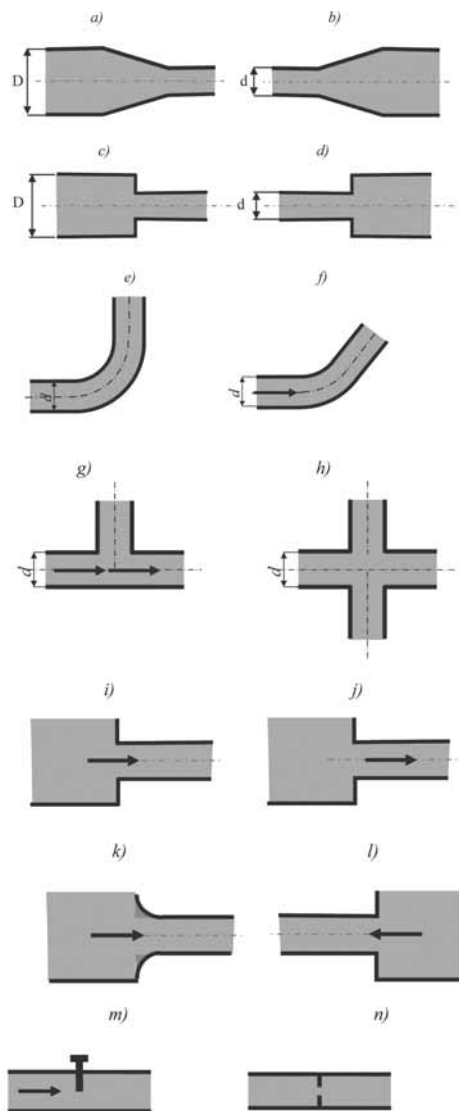
Straty miejscowe nazywane również stratami lokalnymi spowodowane są przez różne przeszkody umieszczone lokalnie w rurociągu, odgrywają bardzo ważną rolę w obliczeniach spadku ciśnienia, dlatego nie mogą być pominięte w rozważaniach. Straty te mogą być spowodowane np. przez kolanka, załamania przewodu, zawory, zasuw, aparaturę pomiarową zamontowaną w rurociągu, nagłą zmianę przekroju rurociągu oraz wloty ze zbiornika do rurociągu i z rurociągu do zbiornika. Miejscowe (lokalne) straty energii dla wszystkich typów przeszkód znajdujących się w rurociągu obliczamy ze wzoru.

$$h_{str} = \xi \frac{w^2}{2g} \quad (14.13)$$

gdzie:

ξ – współczynnik oporów miejscowych (lokalnych). Współczynnik ten zależy od rodzaju przeszkody.

w – średnia prędkość przepływu, może oznaczać prędkość przepływu przed jak i za przeszkodą. Dla takiej prędkości wyznaczony jest współczynnik ξ , należy więc przy tym współczynniku podać informację, dla jakiej prędkości został on wyznaczony. **Najczęściej przyjmuje się, że jest to prędkość za przeszkodą.**



Rys. 14.5. Przykłady powodujące miejscowe straty energii mechanicznej przepływającej cieczy

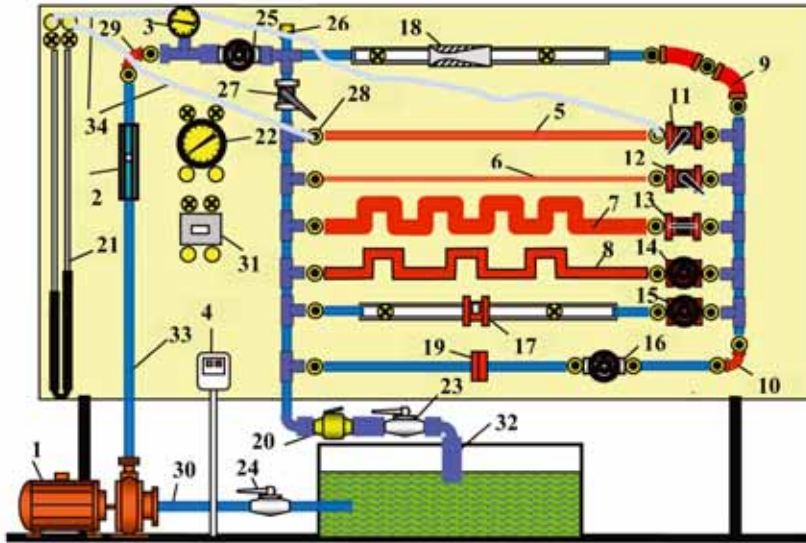
- a – zwężenie przewodu – konfuzor,
- b – rozszerzenie przewodu – dyfuzor,
- c – gwałtowne zmniejszenie przekroju,
- d – gwałtowne zwiększenie przekroju,
- e – kolanko o kącie 90° ,
- f – kolanko o kącie rozwartym,
- g – trójkąt, h – czwórnik,
- i, j – wypływ wody ze zbiornika przez ostre krawędzie,
- k – wypływ wody ze zbiornika przez łagodne krawędzie,
- l – dopływ wody do zbiornika przez rurociąg o ostrych krawędziach,
- m – zawory, n – kryzy

Wartości współczynników oporów miejscowych (lokalnych) dla większości przypadków określamy na podstawie tabel lub danych producenta elementów, dla których określamy ten współczynnik.

Jak wynika ze wzoru (14.13), wysokość strat miejscowych jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości co oznacza, że przy obliczeniach tych strat zakładamy przepływ turbulentny. Ponieważ w typowych instalacjach i sieciach mamy

przepływy turbulენტne założenie to znacznie ułatwia obliczenia. W przypadku kiedy analizowany przepływ znajduje się w strefie przejściowej (rys. 14.3, 14.4), czyli oprócz przepływu turbulენტnego może pojawić się przepływ laminarny co oznacza, że straty miejscowe nie są proporcjonalne do kwadratu prędkości i wówczas wartości współczynników podawane w tabelach mogą znacznie różnić się od wartości rzeczywistych. Dla takich przypadków najlepszym sposobem wyznaczenia współczynników oporów miejscowych jest metoda laboratoryjna.

14.2. Stanowisko do badania oporów przepływu



Rys. 14.6. Stanowisko do wyznaczenia strat przepływu.

1 – Silnik zblokowany z pompą wody, 2 – rotometr, 3 – manometr Burdona do pomiaru ciśnienia wody w obwodzie głównym, 4 – główny wyłącznik, 5 – rurka do wyznaczenia strat liniowych przepływu, 6 – rurka o małej średnicy do wyznaczenia strat liniowych przepływu, 7 – zestaw kolanek o łagodnych kształtach do wyznaczenia strat miejscowych, 8 – zestaw kolanek o ostrych kształtach do wyznaczenia strat miejscowych, 9, 10 – kolanka do wyznaczenia strat miejscowych, 11, 12, 13, 14, 15, 16 – zestaw zaworów do wyznaczenia strat miejscowych, 17 – kryza do wyznaczenia natężenia przepływu, 18 – zwężka Venturiego, 19 – sonda Prandtla, 20 – wodomierz, 21 – manometr różnicowy rtęciowy, 22 – manometr różnicowy mechaniczny, 23, 24 – zawory na wlocie i wylocie wody, 25 – zawór, 26 – odpowietrznik, 27 – zawór, 28 – gniazda do szybkiego podłączenia rurek pomiarowych, 29 – kolanko do wyznaczenia strat miejscowych, 30 – przewód zasysający, 31 – zblokowany zestaw zaworów, 32, przewód odpływowy, 33 – pionowy przewód tłoczny, 34 – przewody do szybkiego łączenia manometrów z badanymi elementami

Stanowisko do wyznaczenia strat przepływu przedstawione jest na rys. 14.6. W skład stanowiska wchodzi zestaw elementów służących do wyznaczenia strat liniowych i lokalnych (miejscowych). Elementy te łącznie z rurociągami, pompą ssąco-tłoczącą i zbiornikiem na wodę tworzą układ zamknięty, w którym płynie ona w obiegu zamkniętym.

Parametry elementów tworzących stanowisko pomiarowe przedstawione na rys. 14.6.

1. Silnik elektryczny z pompą o danych (silnik 0,45 kW, 4,5 A, 220 V, 50/60 Hz).
Pompa ($Q_{\max} = 3 \text{ m}^3/\text{h}$, $Q_{\min} = 0,48 \text{ m}^3/\text{h}$, $H_{\max} = 44 \text{ m} - 4,4 \text{ Bar}$,
 $H_{\min} = 8 \text{ m} - 0,8 \text{ Bar}$).
2. Rotametr do pomiaru natężenia przepływu wody (0,2-3 m^3/h).
3. Ciśnieniomierz o zakresie 0-6 Bar.
4. Główny wyłącznik.
5. Rurka z PCV o średnicy $d = 16 \text{ mm}$, długości $L = 1,27 \text{ m}$.
6. Rurka z PCV o średnicy $d = 10 \text{ mm}$, długości $L = 1,27 \text{ m}$.
7. Rurka z PCV o średnicy $d = 16 \text{ mm}$, z kolankami pod kątem 90° o małym promieniu, całkowita długość rurki w rozwinięciu $L = 2150 \text{ mm}$.
8. Rurka z PCV o średnicy $d = 16 \text{ mm}$, z kolankami pod kątem 90° o dużym promieniu, całkowita długość rurki w rozwinięciu $L = 1875 \text{ mm}$.
9. Kolanko G2 z PCV, 45° i średnicy $d = 27 \text{ mm}$.
10. Kolanko G1 z PCV, 90° i średnicy $d = 14,5 \text{ mm}$.
11. Zawór kulowy V1 1/2".
12. Zawór kulowy V2 3/8".
13. Zawór V3 3/8".
14. Zawór membranowy V4.
15. Zawór zasuwowy V5.
16. Zawór iglicowy V6.
17. Kryza S1 o średnicy $d = 14,586 \text{ mm}$, $D = 50 \text{ mm}$.
18. Zwężka Venturiego S2 $d = 11,5 \text{ mm}$, $D = 50 \text{ mm}$.
19. Rurka Pitota S3 $d = 12 \text{ mm}$.
20. Wodomierz do pomiaru objętości przepływającej wody w m^3 .
21. Manometr różnicowy, U-rurkowy rtęciowy, o zakresie (-400 do +400 mmHg).
22. Manometr różnicowy, mechaniczny, do pomiaru strat przepływu Δp o zakresie 0 do +400 mBar.
23. Zawór do regulacji przepływu wody.
24. Zawór na rurociągu ssącym wody ze zbiornika.
25. Zawór sterujący.
26. Odpowietrznik układu.
27. Zawór regulacyjny.
28. Gniazda dla szybkozłączki.
29. Kolanko z PCV C1, kąt 90° , średnica rurki $d = 27 \text{ mm}$, promień krzywizny kolanka $r = 86 \text{ mm}$.

30. Przewód ssący z PCV.
31. Zblokowany zestaw zaworów sterowanych elektronicznie.
32. Rurociąg odpływowy.
33. Pionowy przewód tłoczny z PCV.
34. Przewody do szybkiego łączenia manometrów z badanymi elementami.

Woda płynąca w układzie zasysana jest ze zbiornika 2 rurociągiem 30 a następnie tłoczona pionowym rurociągiem 33. Zawory 25 i 27 umożliwiają skierowanie przepływu wody przez zwężkę Venturiego 18 oraz kolanka 9, natomiast sterując zaworami 11-16 możemy wybrać następujące elementy do badania:

- Prostoliniowe rurki 5 i 6, pozwalają wyznaczyć opory liniowe podczas przepływu wody przez zamknięte przewody o przekroju kołowym (wówczas otwieramy zawory 11 i 12 a zamykamy 13, 14, 15 i 16).
- Zestaw kolanek o różnych promieniach zagięcia 7 i 8 służące do wyznaczania oporów miejscowych (lokalnych) dla wody przepływającej przez kolanka.
- Kryza 17.
- Sonda Prandtla 19.

Gniazda do szybkiego podłączenia rurek pomiarowych pozwalają na sprawne i szybkie podłączenie badanego elementu do przyrządu pomiarowego. Do dyspozycji mamy manometr ururkowy rtęciowy 21 lub manometr różnicowy 22. Manometry te wskażą nam spadek ciśnienia Δp , wody przepływającej przez badany element. Zaworem 11 i 12 można dławić przepływ w wybranym przewodzie, można zatem prowadzić badania dla różnych liczb Reynoldsa. Wodomierz 20 służy do pomiaru objętości przepływającej wody.

14.3. Wyznaczenie strat przepływu wody przez przewody zamknięte o przekroju kołowym 5 (T_1), 6 (T_2), 7 (T_3) i 8 (T_4).

Ćwiczenie 1

Przepływ turbulentny

Dla ustalonego przepływu turbulentnego, straty energii mechanicznej w przewodzie o przekroju kołowym (średnicy d) i długości L możemy wyznaczyć z formuły Darcy'ego-Weisbacha: wzór 14.3. Wielkość tych strat określimy spadkiem hydraulicznym J , tj. wielkością strat odniesionych do jednostki długości przewodu.

$$J = \frac{h_{str}}{L} = \lambda \frac{w^2}{2gd} \quad (14.14)$$

gdzie:

w – średnia prędkość strumienia [m/s],

g – przyspieszenie ziemskie [9,81 m/s²],

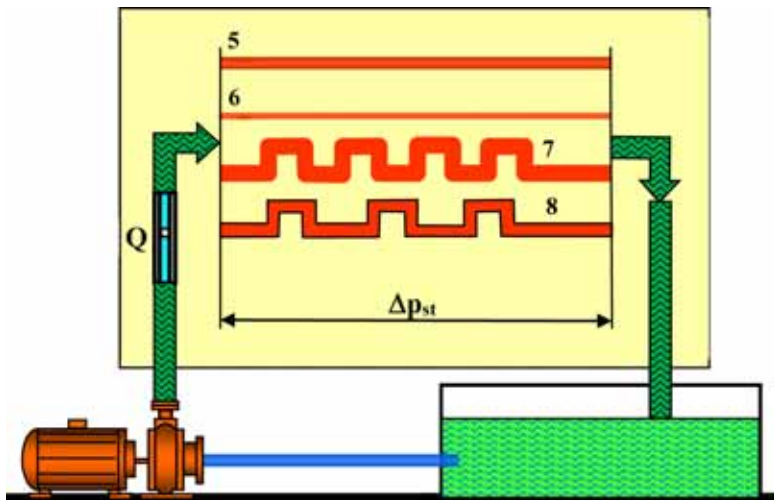
λ – bezwymiarowy współczynnik oporów liniowych (współczynnik strat tarcia)

L – długość rurociągu [m],

d – średnica przewodu [m]

Przygotowanie stanowiska do pomiarów przy przepływie turbulentnym przez rurociąg 5 (T_1):

1. Otwieramy zawory 23,25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 11
4. Zamykamy zawory 12,13,14,15,16 oraz 27.



Rys. 14.7. Uproszczony schemat do wyznaczania strat przepływu przez rurociągi 5, 6, 7 i 8

Przy przepływie turbulentnym przez rurociąg 6 (T_2):

1. Otwieramy zawór 12
2. Zamykamy zawór 11.

Przy przepływie turbulentnym przez rurociąg 7 (T_3):

1. Otwieramy zawór 13
2. Zamykamy zawór 12.

Przy przepływie turbulentnym przez rurociąg 8 (T_4):

1. Otwieramy zawór 14
2. Zamykamy zawór 13.

Natężenie przepływu wody przez badane rurki 5, 6, 7 i 8 ustalamy zaworem 23 odczytując natężenie przepływu wody na rotametrze 2 (przepływomierz o zakresie 0,2-3 m³/h).

1°. Wyznaczenie spadku hydraulicznego na stanowisku pomiarowym

$$J_s = \frac{h_{str}}{L} = \frac{\Delta p_{str}}{\rho g \cdot L} \quad (14.15)$$

gdzie:

Δp_{str} – strata ciśnienia na odcinku pomiarowym rurociągu [Pa, mmHg],

ρ – gęstość wody (1000 kg/m³)

g – przyspieszenie ziemskie [9,81m/s²],

L – długość rurociągu [m],

2°. Wyznaczenie spadku hydraulicznego na podstawie formuły Darcy'ego

$$J_D = \frac{h_{str}}{L} = \lambda \frac{w^2}{2gd} = 8 \frac{\lambda}{\pi^2 g} \cdot \frac{Q^2}{d^5} = K \cdot \frac{Q^2}{d^5} \quad (14.16)$$

gdzie: K – stała wg formuły Darcy'ego:

$$K = 0,00164 + \frac{0,000042}{d} \quad (14.17)$$

Q – natężenie przepływu wody [m³/s]

d – średnica rurociągu [m]

3°. Wyznaczenie spadku hydraulicznego na podstawie formuły Blasiusa

$$J_B = K \cdot \frac{Q^2}{d^5} \quad (14.18)$$

gdzie: K – stała wg formuły Blasiusa:

$$K = \frac{0,02611}{\sqrt[4]{R_e}}, \quad R_e = 10^6 \frac{4Q}{\pi d},$$

Q – natężenie przepływu wody [m^3/s]

d – średnica rurociągu [m]

4°. Wyznaczenie spadku hydraulicznego wg Moody'ego

$$J_M = 8 \frac{\lambda}{\pi^2 g} \cdot \frac{Q^2}{d^5} \quad (14.19)$$

gdzie: λ – współczynnik oporów liniowych wyznaczony z wykresu Colebrooka-White'a

Pytania kontrolne

1. Straty liniowe przepływu, formuła Darcy'ego-Weisbacha.
2. Definicja względnej chropowatości przewodu.
3. Omówić wykres Colebrooke'a-White'a.
4. Wyznaczenie spadku hydraulicznego na stanowisku pomiarowym.

14.4. Wyznaczenie strat przepływu wody przez kolanka 9 (G_1), 10 (G_2) i 29 (C_1).

Ćwiczenie 2

Wyznamy doświadczalnie straty przepływu wody przez kolanka przedstawione na rys. 14.8. Dla ustalonego przepływu Q , pomierzmy wielkości strat Δp_{str} .

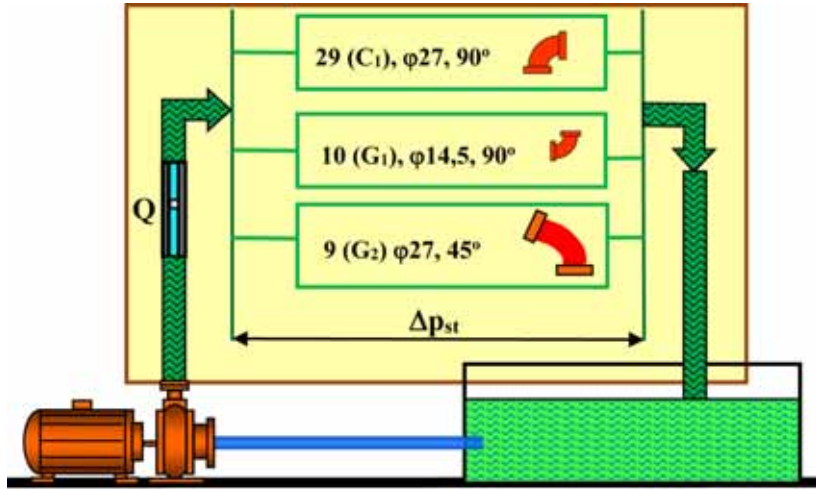
Straty przepływu wody przez badane kolanka możemy obliczyć ze wzoru:

$$\Delta p = \gamma K_g \frac{V^2}{2g} = \gamma K_g \frac{8Q^2}{\pi^2 g D^4} = K_g \frac{8000Q^2}{\pi^2 g D^4} \quad (14.20)$$

gdzie:

$K_g = 0,98$ dla kolanka o kącie 90°

$K_g = 0,20$ dla kolanka o kącie 45°



Rys. 14.8. Uproszczony schemat do wyznaczania strat przepływu przez kolanka 9, 10 i 29

Przygotowanie stanowiska do pomiarów strat przepływu przez kolanko 9

1. Otwieramy zawory 23,25,27 i 16.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Zamykamy zawory 11,12,13,14,15 oraz 27.
4. Podłączamy manometr różnicowy do kolanka 9.

Przygotowanie stanowiska do pomiarów strat przepływu przez kolanko 10

1. Otwieramy zawory 23,25,27 i 16.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Zamykamy zawory 11,12,13,14,15 oraz 27.
4. Podłączamy manometr różnicowy do kolanka 10.

Przygotowanie stanowiska do pomiarów strat przepływu przez kolanko 29

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Zamykamy zawory 11,12,13,14,15 i 16.
4. Podłączamy manometr różnicowy do kolanka 29.

Pytania kontrolne

1. Straty miejscowe przepływu.
2. Współczynnik strat miejscowych przepływu ξ .
3. Wyznaczenie strat miejscowych dla przepływu przez kolanka na stanowisku pomiarowym.

14.5. Wyznaczenie strat przepływu wody przez zawory 11-16

Ćwiczenie 3

Wyznamy doświadczalnie straty przepływu wody przez zawory przedstawione na rys. 14.9. Dla ustalonego przepływu Q , pomierzmy wielkości strat Δp_{str} .

Straty lokalne (miejscowe) dla poszczególnych zaworów wyznaczmy ze wzoru 14.13

$$h_{str} = \xi_i \frac{w^2}{2g} \quad (14.21)$$

uwzględniając że:

$$Q = wF, \quad h_{str} = \frac{\Delta p_{str}}{\rho \cdot g}, \quad \rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

obliczamy współczynnik strat miejscowych dla badanego zaworu:

$$\xi_i = \frac{2\Delta p_{str} F^2}{1000 \cdot Q^2} \quad (14.22)$$

Charakterystyka badanych zaworów:

Zawór Nr 11 – zawór kulowy 1/2” przekrój przy pełnym otwarciu $F = 201 \text{ mm}^2$.

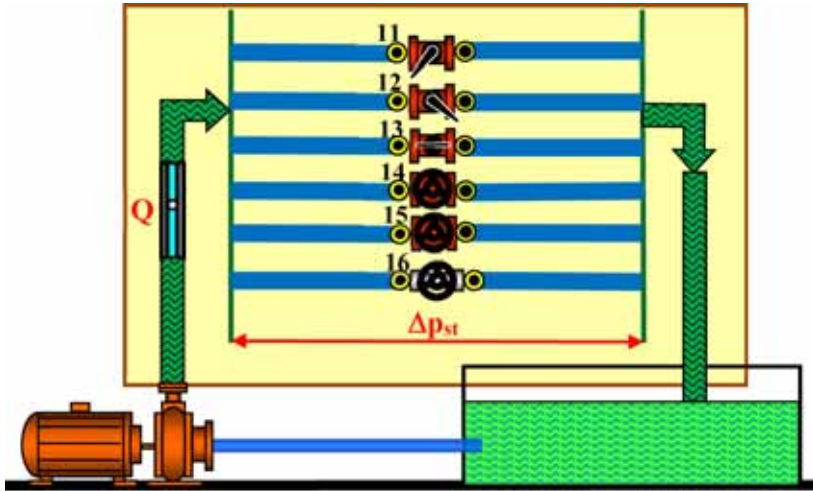
Zawór Nr 12 – zawór kulowy 3/8” przekrój przy pełnym otwarciu $F = 78,5 \text{ mm}^2$.

Zawór Nr 13 – zawór soczewkowy, przekrój przy pełnym otwarciu $F = 188,6 \text{ mm}^2$.

Zawór Nr 14 – zawór membranowy, przekrój przy pełnym otwarciu $F = 63 \text{ mm}^2$.

Zawór Nr 15 – zawór zasuwowy, przekrój przy pełnym otwarciu $F = 55 \text{ mm}^2$.

Zawór Nr 11 – zawór iglicowy, przekrój przy pełnym otwarciu $F = 113 \text{ mm}^2$.



Rys. 14.9. Uproszczony schemat do wyznaczania strat przepływu przez zawory 11-16

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 11

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 11
4. Zamykamy zawory 12,13,14,15, 16 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 11.

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 12

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 12
4. Zamykamy zawory 11,13,14,15,16 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 12.

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 13

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 13
4. Zamykamy zawory 11,12,14,15,16 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 13.

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 14

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 14
4. Zamykamy zawory 11,12,13,15,16 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 14.

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 15

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 15
4. Zamykamy zawory 11,12,13,14,16 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 11.

Przygotowanie stanowiska do pomiaru strat przepływu przez zawór 16

1. Otwieramy zawory 23, 25 i 27.
2. Uruchamiamy pompę wody włącznikiem 4.
3. Otwieramy zawór 16
4. Zamykamy zawory 11,12,13,14,15 i 27.
5. Podłączamy manometr różnicowy do zaworu 16.

Dla ustalonego przepływu Q , pomierzmy wielkości strat Δp_{str} . Wyniki pomiarów dla różnych zaworów przedstawimy na wykresie $\Delta p_{str}(Q)$ oraz $\Delta p_{str}(Q^2)$.

Pytania kontrolne

1. Straty miejscowe przepływu.
2. Współczynnik strat miejscowych przepływu ξ .
3. Wyznaczenie strat miejscowych dla przepływu przez zawory na stanowisku pomiarowym.

14.6. Pomiary natężenia przepływu wody zwężką Venturiego, kryzą i rurką Pitota

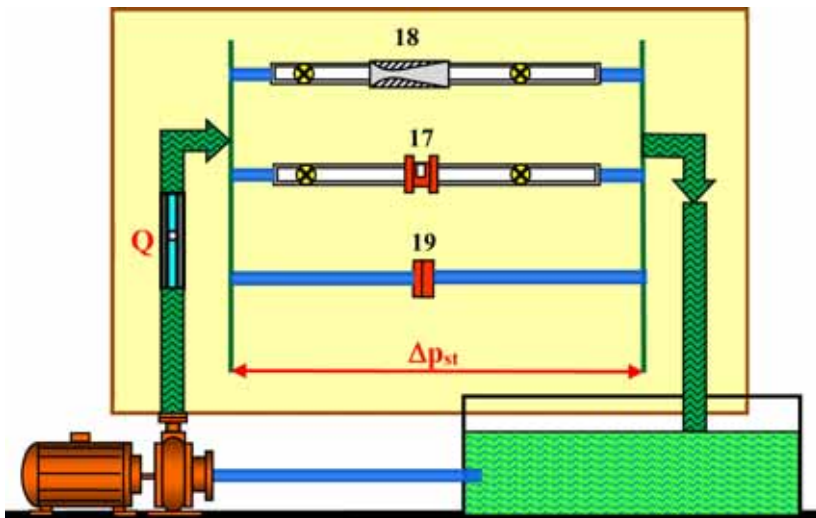
Ćwiczenie 4

W ćwiczeniu tym możemy postawić sobie następujące cele:

- Porównanie strat przepływu wody przez trzy przyrządy pomiarowe (zwężkę Venturiego 18, kryzę 17 i rurkę Pitota 19 – rys. 14.9),
- Porównanie strat rzeczywistych pomierzonych z teoretycznymi.
- Przeliczenie pomierzonych wielkości i przedstawienie w jednostkach układu SI,
- Określenie stałej kalibracji przyrządów pomiarowych,
- Określenie granic liniowości badanych przyrządów pomiarowych.

Na skalę przemysłową natężenie przepływu jest mierzone za pomocą kryz, dysz przepływowych (zwężek) i zwężek Venturiego. Zasady leżące u podstaw tych pomiarów są związane z teorią Bernoulliego.

$$\frac{w_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{w_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \quad (14.23)$$



Rys. 14.10. Uproszczony schemat do wyznaczania strat przepływu przez zwężkę Venturiego – 18, kryzę – 17 i sondę Pitota – 19

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{\Delta p}{\gamma} \quad (14.24)$$

Spadek ciśnienia będzie dany:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \Delta h \cdot \gamma \quad (14.25)$$

$$\Delta h = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) = Q^2 \cdot K' \quad (14.26)$$

Straty miejscowe przy przepływie wody przez zwężkę Venturiego i kryzę możemy obliczyć ze wzoru:

$$\Delta p_{teor} = \frac{\gamma \cdot Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) = \frac{8000 \cdot Q^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right) \quad (14.27)$$

gdzie:

Q – natężenie przepływu wody [m³/s]

F₂ – pole przekroju w miejscu przewężenia [m²]

F₁ – pole przekroju rurociągu przed zwężką [m²]

D₂ – średnica w miejscu przewężenia [m]

D₁ – średnica w miejscu przewężenia [m]

γ – ciężar objętościowy wody [N/m³]

Straty miejscowe przy przepływie wody sondę Pitota możemy obliczyć ze wzoru:

$$\Delta p_{teor} = \frac{8\gamma \cdot Q^2}{\pi^2 g D^4} = \frac{8000 \cdot Q^2}{\pi^2 D^4} \quad (14.28)$$

Stałą kalibracji możemy wyznaczyć ze wzoru:

$$K = \frac{\Delta p}{Q^2} \quad (14.29)$$

Do oznaczenia stałej kalibracji można wykorzystać dokładny skalibrowany zbiornik lub użyć przyrządu, którego dokładność jest kilka rzędów większa od badanego. W naszym ćwiczeniu do pomiaru objętości przepływającej wody przez

badane przyrządy wykorzystamy tradycyjny wodomierz 20 (rys. 14.9) lub rotametr 2 (mierzący natężenie przepływu wody w m³/h). Dla celów dydaktycznych taki pomiar natężenia przepływu Q jest wystarczający.

Stałą kalibracji K badanego przyrządu wyznaczmy jako średnią z n pomiarów:

$$K_{\text{sr}} = \frac{\sum_{j=1}^n K_j}{n} \quad (14.30)$$

Jak można stwierdzić na podstawie badań, wartość K rośnie ze wzrostem szybkości przepływu, a zatem i liczby Reynoldsa.

Jeśli chcemy określić zakres, w którym urządzenie może być traktowane jako liniowe, możemy postępować w następujący sposób:

Założmy istnienie pewnego błędu ε , wyrażonego jako procent wartości pełnej skali instrumentu.

Stąd, możemy zapisać

$$\Delta p = K_{\text{sr}} Q^2 \pm \varepsilon \quad (14.31)$$

Zależność ta mówi nam, że sygnał wyjściowy systemu, pomijając błąd, jest liniowy i równy kwadratowi natężenia przepływu pomnożonej przez wartość średnią K_{sr} .

Jest oczywiste, że im mniejsza jest wartość ε , tym większa jest liniowość przyrządu pomiarowego w funkcji Q^2 .

Jeśli podzielimy składowe równania przez Q^2 otrzymamy:

$$K = \frac{\Delta p}{Q^2} = K_{\text{sr}} \pm \frac{\varepsilon}{Q^2} \left[\frac{Pa}{m^6 / s^2} \right] \quad (14.32)$$

Odchylenie K_{sr} daje nam błędy liniowości przyrządu

Przedstawiając zależność (14.32) na wykresie uzyskujemy bardzo znaczącą reprezentację zachowania przyrządu pomiarowego.

Wyniki eksperymentalne:

- Porównanie wyników doświadczalnych i teoretycznych dla zwężki Venturiego na wykresie $\Delta p = \Delta p (Q)$,
- Ocena liniowości zwężki Venturiego na podstawie wykresu $(K - \bar{K})$ w funkcji Q^2 ,
- Porównanie wyników doświadczalnych i teoretycznych dla kryzy na wykresie $\Delta p = \Delta p (Q)$,
- Ocena liniowości kryzy na podstawie wykresu $(K - \bar{K})$ w funkcji Q^2 ,
- Porównanie wyników doświadczalnych i teoretycznych dla rurki Pitota na wykresie $\Delta p = \Delta p (Q)$,
- Ocena liniowości rurki Pitota na podstawie wykresu $(K - \bar{K})$ w funkcji Q^2 ,
- Porównanie pomiarów natężenia przepływu przez zwężkę Venturiego, kryzę i rurkę Pitota na wykresie $\Delta p = \Delta p (Q)$,
- Porównanie pomiarów natężenia przepływu przez zwężkę Venturiego, kryzę i rurkę Pitota na wykresie $\Delta p = \Delta p (Q^2)$.

Pytania kontrolne

- 1 Zasada pomiaru przepływu zwężką Venturiego.
2. Zasada pomiaru przepływu kryzą.
3. Zasada pomiaru przepływu rurką Pitota.
4. Co to jest stała kalibracji przyrządu.
5. Metody oznaczania stałej kalibracji.

Tabela 14.1. Porównanie spadków hydraulicznych otrzymanych teoretycznie i doświadczalnie dla rurociągu 5 (T1)

Rurka	Średnica D [mm]	Długość L [m]	Szorstkość rurociągu k [mm]		Względna chropowatość rurociągu $\epsilon = k/d$					
5 (T ₁)	16	1,27	0,007		0,0004375					
Lp.	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Δp_{str} [mmHg]	Δp_{str} [Pa]	Spadek hydr. JS	Spadek hydr. JD	Spadek hydr. JB	Spadek hydr. JM	Re	Uwagi
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,2									
2	0,3									
3	0,4									
4	0,5									
5	0,6									
6	0,7									
7	0,8									
8	0,9									
9	1,0									
10	1,25									
11	1,50									
12	1,75									
13	2,00									

Tabela 14.2. Porównanie strat hydraulicznych wyznaczonych doświadczalnie dla rurociągów 5(T1), 6(T2), 7(T3), 8(T4)

Lp.	Rurka	Średnica D [mm]	Długość L [m]	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Δp_{str} [mmHg]	Δp_{str} [Pa]	$\Delta p_{str}/L$ [mmHg/m]	$\Delta p_{str}/L$ [Pa/m]	Spadek hydr. J _s
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	T₁	16	1,27							
2			1,27							
3			1,27							
4			1,27							
5			1,27							
6			1,27							
7			1,27							
8			1,27							
9			1,27							
10			1,27							
11			1,27							
12			1,27							
13			1,27							
14	T₂	10	1,27							
15			1,27							
16			1,27							
17			1,27							
18			1,27							
19			1,27							
20			1,27							
21			1,27							
22			1,27							
23	T₃	16	1,74							
24			1,74							
25			1,74							
26			1,74							
27			1,74							
28			1,74							
29			1,74							
30			1,74							
31			1,74							
32			1,74							

Tabela 14.2. cd.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
33	T₄	16	2,00							
34			2,00							
35			2,00							
36			2,00							
37			2,00							
38			2,00							
39			2,00							
40			2,00							
41			2,00							
42			2,00							

Tabela 14.3. Porównanie strat hydraulicznych otrzymanych teoretycznie i doświadczalnie dla wybranego kolanka, np. 10 (G1)

Rurka	Średnica D [mm]	Kąt α [°]	Współczynnik K_g [-]
10 (G ₁)	14,5	90	0,98

Lp.	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Δp_{str} [mmHg]	Δp_{str} [mBar]	Δp_{str} (dośw.) [Pa]	Δp_{str} (teor.) [Pa/m]
1	2	3	4	5	6	7
1	0,25					
2	0,50					
3	0,75					
4	1,00					
5	1,25					
6	1,50					
7	0,75					

Tabela 14.4. Porównanie strat hydraulicznych otrzymanych teoretycznie i doświadczalnie dla wybranych kolanek i łuków

Kolanko	Średnica D [mm]	Kąt α [°]	Współczynnik K_g [-]				
10 (G_1)	14,5	90	0,98				

Lp.	Element	Średnica D [mm]	Kąt α [°]	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Δp_{str} (dośw.) [mBar]	Δp_{str} (dośw.) [Pa]
1	2	3	4	5	6	7	8
1	G_1	14,5	90				
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8	G_2	27	45				
9	C_1	27	90				
10							

Tabela 14.5. Porównanie strat hydraulicznych wyznaczonych doświadczalnie dla różnych zaworów 11-16

Lp.	Zawór	Przekrój F [mm ²]	J równoważne rurce Γ_1 [-]	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Q ² [m ⁶ /s ²]	Δp_{str} (dośw.) [mBar]	Δp_{str} (dośw.) [Pa]	ξ_i [-]	ξ_i średnie [-]	J równoważne [m]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	V ₁	201		0,25							
2		201		0,50							
3		201		0,75							
4		201		1,00							
5		201		1,25							
6		201		1,50							
7		201		1,75							
8		201		2,00							
9	V ₂	78,5		0,25							
10		78,5		0,50							
11		78,5		0,75							
12		78,5		1,00							
13		78,5		1,25							
14		78,5		1,50							
15	V ₂	188,6		0,25							
16		188,6		0,50							
17		188,6		0,75							
18		188,6		1,00							
19		188,6		1,25							
20		188,6		1,50							
21		188,6		1,75							

Tabela 14.5. cd.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
22	V ₄	63		0,25							
23		63		0,50							
24		63		0,75							
25		63		1,00							
26		63		1,25							
27		63		1,50							
28	V ₅	55		0,25							
29		55		0,50							
30		55		0,75							
31		55		1,00							
32		55		1,25							
33		55		1,50							
34		55		1,75							
35		55		2,00							
36	V ₆	113		0,25							
37		113		0,50							
38		113		0,75							
39		113		1,00							
40		113		1,25							
41		113		1,50							

Tabela 14.6.1. Porównanie teoretycznych i doświadczalnych wyników dla zwichły Venturiego

Średnica D_1 [mm]		Średnica D_2 [mm]		ε [Pa]						
50		11,5		4000						
Lp.	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Q ² [m ⁶ /s ²]	Δp_{str} (dośw.) [mBar]	Δp_{str} (dośw.) [Pa]	Δp_{str} (teor.) [Pa]	K [Pa(m ⁶ /s ²)]	K - K_{sr} [Pa(m ⁶ /s ²)]	ε/Q^2 [Pa(m ⁶ /s ²)]	$-\varepsilon/Q^2$ [Pa(m ⁶ /s ²)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,25									
2	0,50									
3	0,75									
4	1,00									
5	1,25									
6	1,50									
7	1,75									
8	2,00									
9										
10										
11										
12										
13										
$K_{sr} =$										

Tabela 14.6.2. Porównanie teoretycznych i doświadczalnych wyników dla kryzy

Średnica D ₁ [mm]		Średnica D ₂ [mm]		ε [Pa]						
50		14,586		4000						
Lp.	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Q ² [m ⁶ /s ²]	Δp _{str} (dośw.) [mBar]	Δp _{str} (dośw.) [Pa]	Δp _{str} (teor.) [Pa]	K	K - K _{sr} [Pa(m ⁶ /s ²)]	ε/Q ² [Pa(m ⁶ /s ²)]	-ε/Q ² [Pa(m ⁶ /s ²)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,25									
2	0,50									
3	0,75									
4	1,00									
5	1,25									
6	1,50									
7	1,75									
8	2,00									
K _{sr} =										

Tabela 14.6.3. Porównanie teoretycznych i doświadczalnych wyników dla rurki Pitota

Średnica D [mm]		ε [Pa]								
12		4000								
Lp.	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Q ² [m ⁶ /s ²]	Δp_{str} (dośw.) [mBar]	Δp_{str} (dośw.) [Pa]	Δp_{str} (teor.) [Pa]	K	K - K _{sr} [Pa(m ⁶ /s ²)]	ε/Q^2 [Pa(m ⁶ /s ²)]	$-\varepsilon/Q^2$ [Pa(m ⁶ /s ²)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0,25									
2	0,50									
3	0,75									
4	1,00									
5	1,25									
6	1,50									
7	1,75									
8	2,00									
$K_{sr} =$										

Tabela 14.6.4. Porównanie wyników pomiaru natężenia przepływu przez zwężkę Venturiego, kryzę i rurkę Pitota

Lp.	Przyrząd pomiarowy	Q [m ³ /h]	Q [m ³ /s]	Q ² [m ⁶ /s ²]	Δp [mBar]	Δp [Pa]	Δp _{str} (teor.) [Pa]	K [Pa(m ⁶ /s ²)]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Zwężka Venturiego	0,25						
2		0,50						
3		0,75						
4		1,00						
5		1,25						
6		1,50						
7		1,75						
8		2,00						
9	Kryza	0,25						
10		0,50						
11		0,75						
12		1,00						
13		1,25						
14		1,50						
15		0,75						
16		2,00						
17	Rurka Pitota	0,25						
18		0,50						
19		0,75						
20		1,00						
21		1,25						
22		1,50						
23		1,75						
24		2,00						

Obliczenia stałej gazowej powietrza wilgotnego

Ciśnienie cząstkowe pary nasyconej suchej przy ciśnieniu atmosferycznym w zależności od temperatury

L.p	t [°C]	p_s [N/m ²]
1	10	1227
2	11	1312
3	12	1402
4	13	1497
5	14	1598
6	15	1704
7	16	1817
8	17	1937
9	18	2063
10	19	2196
11	20	2337
12	21	2486
13	22	2643
14	23	2809
15	24	2983
16	25	3167
17	26	3361
18	27	3565
19	28	3780
20	29	4006
21	30	4243
22	31	4493
23	32	4755
24	33	5031

2.1. Ciśnienie udziałowe pary wodnej w powietrzu przy danej wilgotności względnej φ :

$$p_p = \varphi \cdot p_s \text{ [Pa]}$$

2.2. Zawartość wilgoci „x” w gramach na 1 kg gazu suchego:

$$x = 622 \frac{p_p}{p - p_p} \left[\frac{g}{kg} \right]$$

2.3. Stała gazowa powietrza wilgotnego:

$$R_w = \frac{0,462 \cdot x + 287}{1 + 0,001 \cdot x} \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$$

Przykład:

Dane:

ciśnienie barometryczne $p = 101600\text{Pa}$,temperatura otoczenia $t = 20^\circ\text{C}$,wilgotność względna powietrza $\varphi = 48\%$ (Ciśnienie cząstkowe pary nasyconej dla danej temperatury $p_s = 2337\text{Pa}$)

1. Ciśnienie udziałowe pary wodnej w powietrzu:

$$p_p = \varphi \cdot p_s = 0,48 \cdot 2337 = 1121,8 [\text{Pa}]$$

2. Zawartość wilgoci x :

$$x = 622 \cdot \frac{p_p}{p - p_p} = 622 \cdot \frac{1121,8}{101600 - 1121,8} = 6,94 \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

3. Stała gazowa powietrza wilgotnego:

$$R_w = \frac{0,462 \cdot x + 287}{1 + 0,001 \cdot x} = \frac{0,462 \cdot 6,94 + 287}{1 + 0,001 \cdot 6,94} = 288,2 \left[\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \right]$$

Tabele

Podstawowe dane fizyczne wody, powietrza i cieczy manometrycznych, wykorzystywane w ćwiczeniach

Gęstość bezwzględna wody ρ w kg/m^3

Dziesiętne Jednostki	Temperatura [°C]									
	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	999,841	847	854	860	866	872	878	884	889	895
1	900	905	909	914	918	923	927	930	934	938
2	941	944	947	950	953	955	958	960	962	964
3	965	967	968	969	970	971	972	972	973	973
4	973	973	973	972	972	972	970	969	968	966
5	965	963	961	959	957	955	952	950	947	944
6	941	938	935	931	927	924	920	916	911	907
7	902	898	893	888	883	877	872	866	861	955
8	949	843	837	830	824	817	810	803	796	789
9	781	774	766	758	751	742	734	726	717	709
10	700	691	682	673	664	654	645	635	625	615
11	605	595	585	574	564	553	542	531	520	509
12	498	486	475	463	451	439	427	415	402	390
13	377	364	362	339	326	312	299	285	272	258
14	244	230	216	202	188	173	159	144	129	114
15	099	084	069	054	038	023	007	991	975	959
16	998,943	926	910	893	877	860	843	826	809	792
17	774	757	739	722	704	686	668	650	632	613
18	595	576	558	539	520	501	482	463	444	424
19	405	385	565	345	325	305	285	265	244	224
20	203	183	162	141	120	099	078	056	035	013
21	997,992	970	948	926	904	882	860	837	815	792
22	770	747	724	701	678	655	632	608	585	561
23	538	514	490	466	442	418	394	369	345	320
24	296	271	246	221	196	171	146	120	095	060
25	044	018	992	967	941	914	888	862	836	809
26	996,783	756	729	703	676	649	621	594	567	540
27	512	485	457	429	401	373	345	317	289	261
28	232	204	175	147	118	089	060	031	002	973
29	995,944	914	885	855	826	796	766	736	706	676
30	646	616	586	555	525	494	464	433	402	371

Gęstość alkoholu etylowego C₂H₅OH w różnych temperaturach

t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]
0	806	30	781	60	754
10	798	40	772	70	745
20	789	50	763	80	735

Gęstość alkoholu metylowego CH₃OH w różnych temperaturach

t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]
16	813,874	20,5	809,518	25	805,209
16,5	813,388	21	809,518	25,5	804,733
17	812,902	21,5	808,557	26	804,258
17,5	812,417	22	808,077	26,5	803,783
18	811,932	22,5	807,597	27	803,308
18,5	811,448	23	807,119	27,5	802,835
19	810,965	23,5	806,640	28	802,362
19,5	810,482	24	806,163	28,5	801,889
20	810,0	24,5	805,686	29	801,417

Gęstość rtęci Hg w różnych temperaturach

t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]	t [°C]	ρ [kg/m ³]
-2	13600,4	13	13563,4	28	13526,6
-1	13597,9	14	13561,0	29	13524,2
0	13595,5	15	13558,5	30	13521,7
1	13593,0	16	13556,1	31	13519,3
2	13590,6	17	13553,6	32	13516,8
3	13588,1	18	13551,2	33	13514,4
4	13585,6	19	13548,7	34	13511,9
5	13583,2	20	13546,2	35	13509,5
6	13580,7	21	13543,8	36	13507,0
7	13578,2	22	13541,3	37	13504,6
8	13575,8	23	13538,9	38	13502,1
9	13573,3	24	13536,4	39	13499,7
10	13570,8	25	13534,0	40	13497,3
11	13568,4	26	13531,5	41	13472,9
12	13565,9	27	13529,1	42	13448,6

Lepkość dynamiczna wody η w różnych temperaturach

t [°C]	η [cP]	t [°C]	η [cP]	t [°C]	η [cP]
0	1,7921	15	1,1404	30	0,0807
1	1,7313	16	1,1111	31	0,7840
2	1,6728	17	1,0828	32	0,7679
3	1,6191	18	1,0559	33	0,7523
4	1,5674	19	1,0299	34	0,7371
5	1,5188	20	1,0050	35	0,7225
6	1,4728	21	0,9810	36	0,7085
7	1,4284	22	0,9579	37	0,6947
8	1,3860	23	0,9358	38	0,6814
9	1,3462	24	0,9142	39	0,6685
10	1,3077	25	0,8937	40	0,6560
11	1,2713	26	0,8737	41	0,6439
12	1,2363	27	0,8545	42	0,6321
13	1,2028	28	0,8360	43	0,6207
14	1,1709	29	0,8180	44	0,6097

Uwaga: 1 cP = 10^{-3} kg/m·s

lepkość dynamiczna wody jest równa 1,0000 w temperaturze 20,20°C

Lepkość kinematyczna ν wody w różnych temperaturach

t [°C]	ν [cSt]	t [°C]	ν [cSt]	t [°C]	ν [cSt]
0	1,7923	10	1,3081	20	1,0068
1	1,7314	11	1,2718	21	0,9829
2	1,6728	12	1,2369	22	0,9600
3	1,6191	13	1,2035	23	0,9381
4	1,5674	14	1,1717	24	0,9167
5	1,5188	15	1,1414	25	0,8963
6	1,4728	16	1,1122	26	0,8765
7	1,4285	17	1,0841	27	0,8575
8	1,3862	18	1,0564	28	0,8391
9	1,3465	19	1,0315	29	0,8213

Uwaga: 1cSt = 10^{-6} [m²/s]

**Lepkość dynamiczna powietrza suchego η w różnych temperaturach
przy ciśnieniu atmosferycznym**

t [°C]	$\eta \cdot 10^6$ kg/ms
-50	14,612
-20	16,279
0	17,168
10	17,751
20	18,224
30	18,668
40	19,224
50	19,613
60	20,113
70	20,390
80	20,974
90	21,585
100	21,779

Przeliczenie lepkości w °E na lepkość kinematyczną w cSt

°E	cSt	°E	cSt	°E	cSt	°E	cSt
1,000	1,00	1,803	9,70	5,00	37,4	9,04	68,5
1,100	1,82	1,905	10,80	5,51	41,4	9,50	72,0
1,200	2,82	2,000	11,80	6,00	45,2	10,02	77,0
1,300	3,92	2,50	16,7	6,50	49,0	15,01	114,0
1,402	5,10	3,01	21,2	7,01	53,0	20,01	152,0
1,500	6,25	3,50	25,4	7,54	57,0	30,0	228,0
1,603	7,45	4,02	29,6	7,99	60,5	40,0	304,0
1,700	8,55	4,52	33,6	8,51	64,5	50,0	380,0

SPIS LITERATURY

- [1] Barrow G.M.: *Chemia fizyczna*. PWN, Warszawa 1978.
- [2] Bukowski J., Kijowski P.: *Kurs mechaniki płynów*. PWN, Warszawa 1980.
- [3] Ciborowski J.: *Podstawy inżynierii chemicznej*. Wyd. PW, Warszawa 1965.
- [4] Czetwertyński E., Utrysko B.: *Hydraulika i hydromechanika*. PWN, Warszawa 1969.
- [5] Danek A.: *Chemia fizyczna*. PZWL, Warszawa 1978.
- [6] Deja J., Pyrcioch T.: *Ćwiczenia laboratoryjne z termodynamiki i mechaniki płynów*. Wydaw. WSI w Radomiu, Radom 1989.
- [7] Duckworth R.: *Mechanika płynów* (tłum. Z ang.). WNT, Warszawa 1983.
- [8] Hanausek P.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Wzorcowanie sondy Prandtla*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [9] Hanausek P.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Wyznaczenie romieniowego*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [10] Hanausek P.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Pomiar prędkości średniej w kanale*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [11] Józwik K.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Pomiar lepkości gazu przy wykorzystaniu prawa Hagen-Poiseuille'a*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [12] Józwik K.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Równowaga względna cieczy w naczyniu wirującym wokół osi pionowej*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [13] Jaworowska B., Szuster A., Utrysko B.: *Hydraulika i hydrologia*. Wydawnictwo PW, 2008.
- [14] Koch R., Noworyta A.: *Procesy mechaniczne w inżynierii chemicznej*, WNT, Warszawa 1995.
- [15] Kołodziejczyk L., Mańkowski S., Rubik M.: *Pomiary w inżynierii sanitarnej*. Arkady, Warszawa 1980.
- [16] Kosma Z.: *Podstawy mechaniki płynów*. Wyd. Politechniki Radomskiej, Radom 1998.
- [17] Kubrak J.: *Hydraulika techniczna*. Wydawnictwo SGGW 1998.
- [18] Kubrak E., Kubrak J.: *Hydraulika techniczna. Przykłady obliczeń*. Wydawnictwo SGGW 1998.
- [19] Magiera R.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Wzorcowanie mikromanometrów cieczowych*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [20] Magiera M.: Instrukcja do ćwiczenia pt. *Pomiar wysokich ciśnień, wzorcowanie manometrów*. IMP PŁ, Łódź 1999.
- [21] Matlak M., Szuster A.: *Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów dla kierunku Inżynierii Środowiska*. WPW, Warszawa 1979.

- [22] Orzechowski Z., Prywer J., Zarzycki R.: *Mechanika płynów w inżynierii środowiska*. WNT, Warszawa 1997.
- [23] Reynolds O.: *Phil. Trans. Roy. Soc.* Bd, 1985, 186, 123.
- [24] Troskoleński A. T.: *Hydromechanika*. WNT, Warszawa 1969.
- [25] Tuliszka E.: *Mechanika płynów*. PWN, Warszawa 1980.